НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА



На правах рукописи

Хазов Дмитрий Евгеньевич

Численное моделирование процессов энергоразделения в потоках сжимаемого газа

Специальность 1.3.14— «Теплофизика и теоретическая теплотехника»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор технических наук, академик РАН, профессор Леонтьев Александр Иванович

Оглавление

			Стр.
Списо	к сокр	ащений и условных обозначений	. 4
Введе	ние.		. 9
Глава	1. Me	тоды энергоразделения	. 15
1.1	Физич	ческие основы энергоразделения	. 15
1.2	Вихре	евая труба Ранка-Хилша	. 18
1.3	Резон	ансная труба Гартмана-Шпренгера	. 20
1.4	Энерг	оразделение в пограничном слое	. 24
	1.4.1	Устройство, работающее по методу Леонтьева	. 27
	1.4.2	Течение в канале с проницаемыми стенками	. 31
1.5	Вывод	ды	. 33
Глава	2. Уст	гройство газодинамического энергоразделения	. 34
2.1	Преде	ельные оценки	. 34
2.2	Матем	матические модели устройства	. 38
	2.2.1	Одномерная модель	. 39
	2.2.2	Двумерная модель	. 44
2.3	Верис	рикация и валидация	. 46
	2.3.1	Общие положения	. 46
	2.3.2	Валидация моделей	. 48
2.4	Парам	метрические исследования	. 58
	2.4.1	Влияние начальной температуры	. 58
	2.4.2	Влияние вида рабочего тела	. 58
	2.4.3	Влияние схемы течения	. 60
	2.4.4	Оптимизация профиля сверхзвукового канала	. 61
2.5	Эффе	ективность устройства газодинамического энергоразделения	64
2.6	Повы	шение давления торможения в сверхзвуковом канале	. 66
	2.6.1	Термодинамический анализ пределов сохранения	
		давления торможения при отводе тепла	. 66
	2.6.2	Обзор методов охлаждения потока	. 72

	2.6.3	Одномерная модель аэротермопрессора	90
	2.6.4	Параметрическое исследование	98
2.7	Вывол	ы	103
	C		
Глава З	3. Эне	ргоразделение в канале с проницаемыми стенками	105
3.1	Одном	ерная модель	105
3.2	Двумеј	рная модель	108
3.3	Валида	ация моделей	111
	3.3.1	Течение над проницаемой пластиной	111
	3.3.2	Течение в трубе с проницаемыми стенками	119
3.4	Парам	етрические исследования	131
	3.4.1	Влияние уровня отсоса и начального числа Маха	132
	3.4.2	Влияние числа Прандтля	134
	3.4.3	Влияние длины канала с проницаемыми стенками	136
	3.4.4	Влияние закона расходного воздействия	137
	3.4.5	Профили температуры торможения при течении с отсосом	142
	3.4.6	Эффективность энергоразделения при течении в канале	
		с проницаемыми стенками	144
3.5	Вывод	Ы	147
Заклю	чение.		148
Список литературы			150
Прило	жение	А. Сопоставление расчётных и	
		экспериментальных данных для устройства	
		газодинамического энергоразделения	164
Прило	жение	Б. Изменение основных параметров по ллине	
11010101			167
			101
Прило	жение	В. Теплофизические и транспортные свойства	
		смесей инертных газов	170

Стр.

Список сокращений и условных обозначений

Аббревиатуры

CFD	(Computational Fluid Dynamics) вычислительная гидро- газодина- мика
RANS	(<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>) уравнения Навье-Стокса, осред- нённые по Рейнольдсу
UDF	(User Defined Functions) функции определяемые пользователем
ATΠ	аэротермопрессор
КПД	коэффициент полезного действия
МТИ	Массачусетский технологический институт
НИИ	научно-исследовательский институт
ПС	пограничный слой
ТГШ	труба Гартнера-Шпренгера
TPX	труба Ранка-Хилша
ЦАГИ	центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского
Греческие	е символы
α	коэффициент теплоотдачи; вязкостный коэффициент; угол, $$\rm Bt/m^2K;\;m^{-2};\;^{\circ}$$
β	инерционный коэффициент; параметр градиента давления, м ⁻¹ ; -
δ	диаметр капли; толщина пограничного слоя, мкм; м
ε	пористость; диссипация кинетической энергии турбулентных пуль- саций, %; м ² с ⁻³

η	коэффициент полезного действия; отношение энтальп ная координата	ий; безразмер-
λ	теплопроводность; приведённая скорость,	$B_{\rm T}/{}_{\rm M}K;$ –
\mathcal{M}	молекулярная масса,	кг/моль
μ	молекулярная вязкость,	Пас
ν	кинематическая вязкость,	m^2/c
Ω	относительный расход жидкости	
ω	относительная скорость; доля испарившейся жидкос скорость; скорость диссипации кинетической энергии пульсаций,	сти; окружная турбулентных -; -; м/с; с ⁻¹
Ψ	относительный закон трения	
ρ	плотность,	kg/m^3
σ	тензор вязких напряжений; относительное давление	
θ	безразмерная температура	
ξ	коэффициент гидравлического сопротивления; безра дината	змерная коор-
ξ_1	относительная толщина вязкого подслоя	

Числа подобия

М	число Маха
Pe	число Пекле
Sc	число Шмидта
Sh	число Шервуда
Nu	число Нуссельта
Pr	молекулярное число Прандтля

\Pr_t	турбулентное число Прандтля	
Re	число Рейнольдса	
St	число Стентона	
R	газовая постоянная,	Дж/кгК
A	площадь поперечного сечения,	M^2
a	скорость звука; отношение диаметров,	м/с; –
b	параметр проницаемости	
C_D	коэффициент лобового сопротивления капель	
c_f	коэффициент трения	
C_p	изобарная теплоёмкость; коэффициент давления,	Дж/кгК; –
D	коэффициент диффузии,	M^2/c
d	диаметр,	М
d_h	гидравлический диаметр,	М
h	удельная энтальпия; высота,	Дж/кг; м
Ι	степень турбулентности,	%
j	плотность тока,	$\kappa \Gamma / M^2 c$
k	показатель адиабаты	
k_q	коэффициент аналогии Рейнольдса	
L	длина,	М
m	массовый расход,	кг/с
p	давление,	атм
q	плотность теплового потока,	Bt/m^2

r	коэффициент восстановления	
r, R	радиус,	М
S	удельная энтропия,	Дж/кг
Т	термодинамическая температура,	$^{\circ}\mathrm{C}$
t	время,	С
u	скорость,	м/с
x	продольная координата,	М
y	поперечная координата,	М
y^+	безразмерное расстояние до стенки	
1D	(one-dimensional) одномерный	
2D	(two-dimensional) двумерный	

Верхние индексы

*	параметры торможения
**	параметры, рассчитанные по толщине потери импульса
sub	(subsonic)дозвуковой
sup	(supersonic) сверхзвуковой

Нижние индексы

0	параметры в начальном сечении; «стандартные» условия
∞	параметры, относящиеся к ядру потока
amb	(ambient) параметры окружающей среды
ann	(annular) кольцевой
aw	(adiabatic wall) теплоизолированная стенка
с	(cooling) охлаждение

CT	(critical) критический
$e, \ ex$	(<i>external</i>) внешний
eq	(equivalent) эквивалентный
h	(heating) нагревание
$i,\ in$	(inner) внутренний
is	(isentropic) изоэнтропический
lam	(laminar) ламинарный
max	(maximum) максимальный
o, out	(outer) наружний
p	(particle) параметры, относящиеся к потоку частиц (капель)
turb	(turbulent) турбулентный
v	(vapour) параметры, относящиеся к пару
w	(wall) параметры на стенке
wo	(wall outer) наружняя поверхность стенки

Введение

Энергоразделение — возникновение в газовом потоке «горячих» и «холодных» областей без подвода/отвода энергии извне. На сегодняшний день известен ряд эффектов энергоразделения. К ним относятся вихревой эффект (Ранка-Хилша) [1], волновые процессы [2], резонансная накачка [3], эжекционные методы [4], энергоразделение в пограничном слое сжимаемого газа [5]. Интерес к такого рода эффектам связан с простотой их реализации и широкими возможностями применения. Так, например, вихревой эффект используется в системах кондиционирования воздуха летательных аппаратов, в холодильных установках, для осушки газов и т.д.

Газодинамический метод энергоразделения в сверхзвуковом потоке впервые был предложен А.И. Леонтьевым [6]. В основе метода лежит эффект энергоразделения в пограничном слое сжимаемого газа: отличие температуры теплоизолированной стенки от температуры торможения газа.

При течении высокоскоростного газового потока в канале, температура стенки канала, вследствие вязкой диссипации и конвективного переноса энергии, может существенно отличаться от температуры адиабатически заторможенного газа. Разница будет тем больше, чем больше число Маха набегающего потока. Мерой отклонения температуры теплоизолированной стенки от температуры торможения газа служит коэффициент восстановления температуры, который существенно зависит от молекулярного числа Прандтля Pr и принимает значения больше или меньше единицы в зависимости от того, больше или меньше единицы Pr.

Если между двумя газовыми потоками, истекающими из общего резервуара, но имеющими разные (дозвуковую и сверхзвуковую) скорости и Pr ≠ 1, поместить твёрдую стенку, то через неё будет происходить обмен теплом: нагревание одной части газа за счёт охлаждения другой. Описанный физический механизм и положен в основу предложенных в работе [6] метода и устройства энергоразделения газового потока. Так как в процессе работы такого устройства газ не совершает техническую работу и не участвует в теплообмене с окружающей средой, то подобное энергоразделение является безмашинным, а само устройство — устройством безмашинного энергоразделения. Другим способом использования отличия температуры теплоизолированной стенки от температуры торможения газа является применение проницаемых поверхностей. Если сверхзвуковой поток газа направить в канал с проницаемыми стенками, то при определённом запасе давления пристеночные слои газа с температурой близкой к температуре теплоизолированной стенки будут удалены из потока и среднемассовая температура торможения на выходе из такого канала будет отличаться от начальной. Впервые этот эффект был обнаружен в работе [7].

На текущий момент проведён ряд численных [8–10] и экспериментальных исследований [11;12], доказывающих работоспособность газодинамического метода энергоразделения. Однако несмотря на существующие исследования теория газодинамического метода энергоразделения далека от завершения.

Целью данной работы является исследование влияния основных параметров на величину энергоразделения в сжимаемом потоке газа; разработка рекомендаций по выбору оптимальных режимов работы при течении в устройстве газодинамического энергоразделения и канале с проницаемыми стенками.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

- Разработать методики численного моделирования течений в устройстве газодинамического энергоразделения и канале с проницаемыми стенками.
- 2. Провести валидацию разработанных методик на доступных экспериментальных данных.
- Провести численное исследование течений в устройстве газодинамического энергоразделения и канале с проницаемыми стенками и определить влияние следующих факторов:
 - а) режимных параметров;
 - б) вида рабочего тела;
 - в) схемы организации течения;
 - г) закона изменения площади поперечного сечения сверхзвукового канала.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Для устройства газодинамического энергоразделения определено влияние массового расхода (m₁) в канале с дозвуковой скоростью на величину энергоразделения. Показано наличие максимума охлаждения при малых расходах при противопоточной схеме организации течения.

- 2. Показано влияние схемы течения на величину энергоразделения:
 - а) при разгоне потока в канале со сверхзвуковой скоростью:
 - для $m_1/m_2 < 0.2 \ (m_2$ массовый расход в канале со сверхзвуковой скоростью) прямоточная схема течения демонстрирует преимущество в охлаждении дозвукового потока ($\Delta T_c^* = -21$ °C при $m_1/m_2 = 0.01$) до 15 % по сравнению с противоточной схемой течения ($\Delta T_c^* = -18$ °C);
 - для $m_1/m_2 > 0.2$ схема течения не влияет на величину энергоразделения
 - б) при течении в канале, реализующем постоянное число Маха схема течения не влияет на величину энергоразделения в диапазоне рассмотренных параметров.
- 3. Даны рекомендации по выбору оптимальной проточной части устройства газодинамического энергоразделения. Вне зависимости от основного назначения устройства, рекомендуется использовать канал, реализующий постоянное число Маха. Уровень значений чисел Маха и соотношение расходов через до- и сверхзвуковой каналы будет определять количество переданного тепла и меру нагрева/охлаждения потоков.
- 4. Проведён анализ влияния отвода тепла на изменение давления торможения в высокоскоростном потоке. Рассмотрены различные способы охлаждения потока и возможность их использования для повышения давления торможения. На базе одномерной модели устройства испарительного охлаждения (аэротермопрессора) показано, что при впрыске капель воды в высокоскоростной (начальное число Маха М₀ ≈ 1.5) высокотемпературный (T^{*}₀ = 727 °C) поток газа возможно достичь степени повышения давления торможения ≈ 1.25 при скорости впрыскиваемых капель равной скорости основного потока.
- 5. Показано наличие экстремума температур для охлаждаемого и нагретого потоков в зависимости от начального давления торможения при течении в канале с проницаемыми стенками (для канала с заданной геометрией и пористостью).

- 6. Показано, что эффект энергоразделения в канале с проницаемыми стенками зависит от начального числа Маха, начального давления торможения и числа Прандтля. При изменении начального числа Маха с $M_{is} = 1$ на $M_{is} = 3$ охлаждение воздушного потока увеличивается с $|\Delta T_c^*| = 5$ °C до $|\Delta T_c^*| = 15$ °C. При изменении числа Прандтля с Pr = 0.7 на Pr = 0.2, охлаждение потока увеличивается более чем в два раза с $|\Delta T_c^*| = 20$ °C до $|\Delta T_c^*| = 45$ °C.
- 7. Показана, проанализирована и теоретически обоснована возможность бесскачкового торможения сверхзвукового потока в канале постоянного сечения при отсосе газа через стенки канала.
- 8. Показано влияние уровня отсоса на распределение температуры торможения в пограничном слое: величина максимума температуры торможения существенно увеличивается по сравнению с непроницаемой стенкой и смещается по направлению к стенке с увеличением уровня отсоса.

Практическая значимость. Результаты проведённых исследований представлены в виде наглядных зависимостей. Полученные данные и разработанные модели могут быть использованы в инженерных расчётах устройств, основанных на эффекте газодинамического энергоразделения, при проектировании теплообменного оборудования. Представленный алгоритм численного исследования и разработанные методики зарекомендовали себя как надёжный метод исследования данного круга задач, в большей части, заменяющий и/или дополняющий дорогостоящие эксперементальные исследования.

Методология и методы исследования. В работе использованы апробированные аналитические и численные методы исследования. Решения поставленных задач базируются на теоретических положениях и балансовых соотношениях законов сохранения массы, количества движения и энергии, а также на использовании экспериментальных результатов.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Результаты численного исследования процессов газодинамики и теплообмена в устройстве газодинамического энергоразделения.
- 2. Возможность бесскачкового торможения сверхзвукового потока при течении в канале постоянного сечения при наличии трения и отсоса.
- 3. Результаты численного исследования процессов газодинамики и тепломассообмена при течении в канале с проницаемыми стенками.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением современных методов математического моделирования, а также подтверждается использованием процедур верификации и валидации. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: международной конференции «Современные проблемы теплофизики и энергетики» (Москва, 2017), XXIII и XXIV Международных конференциях «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность Не-За-Те-Ги-Ус» (Звенигород, 2018, 2020); VII Российской национальной конференции по теплообмену РНКТ (Москва, 2018); XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 2019); XIV, XIX, XX, XXI и XXII школах-семинарах под руководством академика Леонтьева А.И. (Санкт-Петербург, 2007; Орехово-Зуево, 2013; Звенигород, 2015; Санкт-Петербург, 2017; Москва, 2019); Всероссийских конференциях молодых учёных-механиков (Сочи, 2017, 2018); «Ломоносовские чтения» МГУ имени M.B. Ломоносова (Москва, 2017–2021); 5th International Workshop on Heat/Mass Transfer Advances for Energy Conservation and Pollution Control (Новосибирск, 2019); V Всероссийской научной конференции «Теплофизика и физическая гидродинамика» (Крым, Ялта, 2020); Двадцать первой международной школесеминаре «Модели и методы аэродинамики» (Крым, Евпатория, 2021).

Личный вклад. Диссертационная работа выполнена в лаборатории гиперзвуковой аэродинамики НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова. Автор принимал участие в разработке общей концепции и методики проведения численных исследований. Автором разработан способ моделирования, позволяющий учитывать взаимодействие между потоком и проницаемой стенкой при наличии вдува/отсоса. Автором предложено использовать испарительное охлаждение для повышения давления торможения в сверхзвуковом канале устройства газодинамического энергоразделения. Автором проведены численные исследования течений в устройстве газодинамического энергоразделения и канале с проницаемыми стенками. Автором получены результаты влияния основных факторов на величину энергоразделения.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 24 печатных изданиях, 2 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 в журналах, индексируемых в Scopus, 19—в тезисах докладов. Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и трёх приложений. Полный объём диссертации составляет 170 страниц, включая 97 рисунков и 10 таблиц. Список литературы содержит 130 наименований.

Благодарности. Автор выражает благодарность научному руководителю — академику РАН, д. т. н., профессору Александру Ивановичу Леонтьеву за долготерпение, постоянное и активное внимание и участие; сотрудникам лаборатории №108 НИИ механики МГУ: к. т. н., с. н. с. А. Г. Здитовцу, к. т. н., в. н. с. Ю. А. Виноградову, с. н. с. М. М. Стронгину, к. т. н., с. н. с. Н. А. Киселёву за всестороннюю поддержку и внимание к работе; к. ф.-м. н. С. А. Чернышеву за ценные замечания и консультации; к. т. н., вед. инж. И. Н. Байбузенко за всестороннюю помощь, содействие, ценные советы и замечания.

Глава 1. Методы энергоразделения

История методов энергоразделения насчитывает не один десяток лет. Одним из первых «зафиксированных» методов был, так называемый, вихревой метод, обнаруженный Ранком в 1931 г. В работе [13] Ранк сообщил о самопроизвольном разделении вихревого газового потока на холодную и горячую области. Позднее (1942 г.) Эккерт и Вайзе [14] экспериментально зафиксировали значительную неравномерность в распределении температуры газа на поверхности теплоизолированного цилиндра, поперечно обтекаемого газовым потоком. Далее Шпренгер в 1954 г. [15] обнаружил существенное повышение температуры газа вблизи торца глухого отверстия при направлении в него недорасширенной газовой струи. В 1986 г. Голдштейн [2] сообщил о перераспределении температуры торможения в затопленной недорасширенной струе.

Все приведённые выше случаи представляют собой перераспределение полной энергии потока без совершения им технической работы и теплообмена с окружающей средой, в результате которого в потоке возникают горячие и холодные области. Подобные явления принято называть энергоразделением (температурным разделением). На основе некоторых из них созданы устройства для безмашинного температурного разделения потоков [16;17]. Безмашинного, так как в этом случае исключается использование машин т.е. получение горячего и холодного потоков осуществляется в устройстве, не имеющем подвижных частей, приводимых в движение газом. Иными словами в подобном устройстве газ не совершает техническую работу и не участвует в теплообмене с окружающей средой.

1.1 Физические основы энергоразделения

Для анализа механизмов, приводящих к энергоразделению, по аналогии с работой [18], рассмотрим уравнение сохранений полной энергии (энтальпии торможения) газового потока:

$$\rho \frac{Dh^*}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i \sigma_{ij} \right), \qquad (1.1)$$

Первое слагаемое в левой части выражает субстанциональную производную $\binom{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ энтальпии торможения h^* потока, которая является суммой статической энтальпии h и кинетической энергии $u^2/2$, как следует из формулы (1.2).

$$h^* = h + \frac{u^2}{2}.$$
 (1.2)

Субстанциональная производная описывает изменение энтальпии торможения движущейся частицы жидкости во времени. Путь, проходимый частицей для нестационарного потока называется траекторией. Таким образом, $\frac{Dh^*}{Dt}$ описывает изменение энтальпии торможения частицы жидкости при её движении вдоль траектории, которая для нестационарного потока отличается от линии тока, касательной векторов скорости в фиксированный момент времени.

Первый член в правой части уравнения (1.1) выражает частную производную давления p потока по времени t. Два остальных слагаемых в правой части уравнения (1.1) выражают перенос энергии теплопроводностью и работой, выполненной вязкими напряжениями σ_{ij} .

Рассмотрим три различных случая:

 Стационарное течение при отсутствии трения и теплообмена. В этом случае уравнение (1.1) упрощается до:

$$\frac{Dh^*}{Dt} = u_i \frac{\partial h^*}{\partial x_i}.$$
(1.3)

Для совершенного газа энтальпия является функцией только температуры и в этом случае, как следует из уравнения (1.3), температура торможения T^* остаётся постоянной вдоль линии тока, которая в стационарном случае совпадает с траекторией.

$$h = f(T), \quad \frac{DT^*}{Dt} = 0, \quad T^* = const.$$

Физически тот факт, что температура торможения остаётся постоянной, легко понять из рис. 1.1, на котором схематически изображена трубка тока. Для идеальной жидкости тепловые потоки q и вязкие напряжения τ отсутствуют. Давление жидкости p, нормальное к поверхности трубки, не выполняет работу, так как поверхность не перемещается в

направлении *p*, и жидкость в трубке не может получать или терять энергию, так как она движется вдоль. Таким образом, температура торможения постоянна вдоль линий тока.

 Стационарное течение в пограничном слое. Уравнение энергии (1.1) в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$\rho \frac{Dh^*}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$
(1.4)

Нормальные вязкие напряжения σ_{ij} в этом случае пренебрежимо малы. Из уравнения (1.4) следует, что энтальпия торможения h^* может изменяться вдоль линии тока либо за счет механизма теплопроводности λ , либо за счет переноса энергии в качестве работы, выполняемой касательными напряжениями $\mu^{\partial u}/\partial y$. Жидкость в трубке тока (см. рис. 1.1) теперь может получать или терять энергию за счет теплопроводности qили работы, выполняемой касательными напряжениями τ , потому что поверхность трубки тока движется в направлении этих напряжений.

 Нестационарное течение при отсутствии трения и теплообмена. Уравнение (1.1) в этом случае примет следующий вид:

$$\rho \frac{Dh^*}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t},\tag{1.5}$$

из которого следует, что энтальпия торможения h^* изменятся вдоль линии тока, если давление в фиксированной точке пространства изменяется во времени.



Рисунок 1.1 — Схема элементарной трубки тока

Таким образом, из уравнения (1.1) следует, что процесс энергоразделения (изменение энтальпии торможения) может происходить под действием трёх факторов:

- нестационарных пульсаций давления;
- механизма теплопроводности;
- работы вязких сил.

Количественными характеристиками процесса энергоразделения являются разности между среднемассовыми температурами торможения газового потока на «горячем» T_h^* и «холодном» T_c^* выходах и на входе устройства T_0^* :

$$\Delta T_h^* = T_h^* - T_0^*;$$

$$\Delta T_c^* = T_c^* - T_0^*.$$
(1.6)

Ниже приведён обзор устройств, реализующих энергоразделение под действием одного или нескольких указанных выше факторов.

1.2 Вихревая труба Ранка-Хилша

На данный момент наиболее известным и распространенным методом безмашинного энергоразделения является вихревой метод, предложенный Ж. Ранком в 1931 г. При измерении температуры воздуха в циклонном пылеуловителе Ранк заметил, что на оси вихря температура ниже, чем на периферии. Он провёл первые экспериментальные исследования зафиксированного им эффекта [13] и предложил устройства для его реализации (рис. 1.2). В 1933 г. Ж. Ранк на заседании Французского физического общества сделал доклад об открытом им явлении разделения сжатого газа, в котором пытался развить центробежную теорию вихревого эффекта. Достигнутый в эксперименте эффект энергоразделения (32 K) примерно в 4 раза превышал значения, получаемые из теоретических исследований. Сообщение изобретателя было встречено с недоверием, опытные данные объявлены ошибкой измерения, и об эффекте Ранка забыли.

Первое тщательное исследование вихревого эффекта было проведено Робертом Хилшем более чем через десятилетие после доклада Ранка. Результаты работы не вызывали сомнений [19]. Устройство для получения холодного и горячего потоков из сжатого газа стали называть трубой Ранка (позже она стала называться трубой Ранка—Хилша или вихревой трубой). Устройство и принцип действия трубы Ранка—Хилша (TPX) очень просты. Она состоит из цилиндрической трубы 1, сопла 2, диафрагмы 3 и вентиля 4 (рис. 1.2).

В сопле газ приобретает начальную тангенциальную составляющую скорости. Расширяясь в трубе, приосевые слои газа охлаждаются и покидают



Рисунок 1.2 — Принципиальная схема трубки Ранка—Хилша [11]. 1 — цилиндрическая труба; 2 — сопло; 3 — диафрагма; 4 — вентиль;

устройство через отверстие диафрагмы, периферийные слои разогреваются и отводятся через вентиль с противоположного конца. Изменяя положение вентиля, можно менять соотношение расходов горячего и холодного потоков. При этом их температуры также изменяются.

Однако несмотря на исключительную простоту данного устройства и большое количество накопленной информации, до сих пор нет единой общепризнанной теории происходящего в ней процесса энергоразделения. В работах [1; 20] собраны основные физические модели, описывающие процесс в устройстве, и приведен их критический анализ. Ниже перечислены основные из них:

- 1. температурное разделение в результате сжатия и расширения, возникающего в поле центробежных сил;
- 2. акустические течения;
- 3. гипотеза Фултона о перестройке характера вихревого течения;
- 4. вторичные течения, формирующие холодильный цикл для переноса энергии от осевых слоев к периферийным;
- 5. градиент статической температуры.

Вероятно, что в той или иной степени все явления, лежащие в основе разных моделей, вносят свой вклад в суммарный эффект. Наиболее наглядной является модель Фултона [21], согласно которой поток газа на входе в трубу закручивается по закону свободного вихря ($\omega r = const$) с большими угловыми скоростями в центре вихря. Статическая температура изменяется по радиусу вихря, увеличиваясь к периферии, а температура торможения распределена равномерно.

В процессе последующей перестройки потока от свободного вихря (с законом $\omega r = const$) к вращению с постоянной угловой скоростью $\omega = const$ возникают потоки теплоты, вызываемые градиентом статической температуры и направленные от периферии к центру, и потоки механической энергии от оси к периферии, обусловленные наличием вязкостных сил. В результате происходят выравнивание термодинамической температуры газа по поперечному сечению трубы и увеличение температуры торможения с ростом радиуса.

Обеспечив отвод холодного газа из приосевой зоны и нагретого из пристеночной зоны, можно получить температурное разделение в вихревой трубе. Согласно модели Фултона для получения эффекта энергоразделения (сравнимого с экспериментальными данными) свободный вихрь преобразовывается в вынужденный вихрь с более высокой, чем у свободного вихря, периферийной скоростью.

На рис. 1.3 приведены данные работы [22] иллюстрирующие энергоразделение в вихревой трубе. Нагрев и охлаждение потоков (1.6) показаны в зависимости от соотношения массовой доли холодного потока.

1.3 Резонансная труба Гартмана-Шпренгера

В 1916 г. при измерении давления трубкой Пито на оси недорасширенной сверхзвуковой струи Гартман обнаружил, что на некоторых участках возникают резкие колебания трубки, сопровождающиеся интенсивным акустическим излучением. Впоследствии выяснилось, что это явление связано с взаимодействием струи и внутренней полости трубки. Расположив на одной оси сопло и трубку, заглушенную с одной стороны, Гартман создал устройство для возбуждения звуковых и ультразвуковых волн высокой интенсивности. В последующих работах долгое время внимание экспериментаторов было сосредоточено на исследовании волновых явлений, при этом значительных термических эффектов в данном устройстве не наблюдалось. Шпренгер был первым, кто в 1954 г. обнаружил существенный разогрев задней стенки трубки [15]. В отличие от предыдущих исследователей Шпренгер использовал трубку большой относительной длины L/d = 34, тогда как у Гартмана размеры трубки составляли $L/d \leq 4$. Эффект был настолько значительным (температура стенки более чем в 2 раза превышала начальную температуру газа), что в дальнейшем устройство получило название трубы Гартмана—Шпренгера (ТГШ). Её базовая конструк-



Рисунок 1.3 — Охлаждение и нагрев в ТРХ в зависимости от массовой доли холодного потока m_c при разных начальных давлениях воздуха на входе в трубу P_0^* . $(T_w - T_0^*)_{max}$ — разность между максимальной температурой цилиндрической стенки ТРХ и начальной температурой воздуха. Давление холодного потока на выходе из ТРХ равно 1 бар. По данным работы [22]

ция очень проста (рис. 1.4) и состоит из расположенных на одной оси сопла и трубки длинной более 10 калибров, заглушенной с одной стороны. К настоящему времени предложено множество вариантов составных частей ТГШ.



Рисунок 1.4 — схема трубы Гартмана—Шпренгера

Основными рабочими параметрами, влияющими на характеристики ТГШ, т.е. на частоту и интенсивность излучаемых колебаний, а также на степень разогрева стенки резонатора, являются: отношение давлений на срезе сопла и в окружающей среде, или начальная степень сжатия газа; расстояние между срезом сопла и входным сечением резонатора z; длина L и форма резонатора; соотношение между выходным диаметром сопла и входным диаметром резонатора d/D; форма сопла; наличие/отсутствие второго резонатора; теплофизические свойства рабочего газа.

Из-за различия физических механизмов возникновения резонанса выделяют три режима работы ТГШ [23]:

1. jet instability mode;

2. jet regurgitant mode;

3. jet screech mode.

Первый режим возникает при дозвуковой скорости истечения струи. Причина резонанса — пульсации давления, вызванные вихревыми структурами, которые периодически возникают на срезе сопла, распространяются вдоль струи и проникают в резонатор в виде слабых волн сжатия. При определенном сочетании параметров происходит наложение частоты пульсаций давления с частотой собственных колебаний резонатора $f \approx \frac{a}{4L} (a - \text{скорость звука}; L - длина)$ резонатора) и возникает резонансный режим. На данном режиме не происходит существенного разогрева газа в резонаторе. С увеличением начальной степени сжатия газа и разгоном газа до скорости звука на срезе сопла проявляются второй и третий режимы, которые характерны для недорасширенной сверхзвуковой струи. При ее истечении в пространстве образуются ячейки с повторяющейся системой скачков уплотнения. В зависимости от того, в какой области (дозвуковой или сверхзвуковой) находится горло резонатора, реализуется либо второй, либо третий режим. На втором режиме струя периодически втекает и истекает из резонатора с частотой $f \approx \frac{a}{4L}$. На третьем режиме перед горлом резонатора возникает отошедшая ударная волна, колеблющаяся с определенной частотой, не зависящей от собственной частоты резонатора. На втором и третьем режимах наблюдается наибольший нагрев газа в резонаторе. Механизм разогрева газа до сих пор окончательно не ясен, однако некоторые исследователи [3;24] связывают его с периодическим воздействием волн сжатия на относительно небольшую массу газа, «запертую» у задней стенки резонатора, по аналогии с воздействием поршня на газ, заключенный в цилиндре.

Для представления о величине термического эффекта в ТГШ приведём данные пионерской работы Шпренгера [15] (см. рис. 1.5). Воздушный поток с начальными давлением $P_0^* = 0.5$ МПа и температурой $T_0^* = 20$ °С поступал



Рисунок 1.5 — Изменение температуры задней стенки резонатора в зависимости от расстояния между срезом сопла и входом в резонатор. Рабочее тело — воздух с начальной температурой $T_0^* = 20$ °C, начальная степень сжатия $P_0^*/P_a = 5$, диаметр сопла и резонатора (d = D = 3 мм. Резонатор цилиндрическая трубка длиной L = 34D). Измерения T_{aw}^* производились на расстоянии 2D от задней стенки резонатора (см. рис. 1.4). Данные работы [15]

в резонатор (цилиндрическая трубка с длиной L = 34D, диаметр сопла равен входному диаметру резонатора d = D = 3 мм, см. рис. 1.4). Расстояние между срезом сопла и входом в резонатор варьировалось z/d = var. В результате была зафиксирована сильная зависимость между температурой задней стенки резонатора T_{aw} и z/d. При определенных значениях D разогрев доходил до 460 °C и работа устройства на данных режимах сопровождалась мощным акустическим излучением. Максимальный разогрев оказался в 4 раза выше разогрева, достигаемого при адиабатическом сжатии в том же интервале давлений.

Подробный обзор различных вариантов конструкции ТГШ и факторов, влияющих на величину энергоразделения в подобных устройствах рассмотрены в работах [3; 11; 23].

1.4 Энергоразделение в пограничном слое

В 1921 г. Польгаузеном [5] на базе автомодельных решений пограничного слоя было показано, что температура торможения потока может изменяться по толщине пограничного слоя, при обтекании плоской теплоизолированной пластины, т.е. происходит энергоразделение потока (см. рис. 1.6). Поскольку газ непосредственно у поверхности пластины полностью заторможен, можно предположить, что при отсутствии теплообмена через пластину температура газа на поверхности будет равна температуре адиабатного торможения, т.е. температуре торможения невозмущённого потока. Однако это выполняется только в частных случаях. В реальных условиях процесс перехода механической энергии в тепловую сопровождается обменом теплом и работой между смежными слоями газа. Обмен будет иметь место и в том случае, когда твёрдое тело теплоизолировано и теплоотдача между телом и газом отсутствует. Ввиду этого частицы газа, непосредственно прилегающие к поверхности теплоизолированного тела, будут иметь температуру, превышающую температуру газа вдали от тела, однако в общем случае не равную температуре торможения невозмущенного потока (вне пограничного слоя). Такую же температуру будет иметь и теплоизолированное тело (скачок температуры, как и скачок скорости, может иметь место на границе раздела «твёрдое тело — газ» только в сильноразреженном газе). Эта температура и называется адиабатической температурой стенки. Она определяется следующим выражением:

$$T_{aw}^{*} = T^{*} \frac{1 + r\frac{k-1}{2}M^{2}}{1 + \frac{k-1}{2}M^{2}},$$
(1.7)

где T^* и М — температура торможения и число Маха в невозмущённом потоке; $r = {}^{(T^*_{aw} - T)}\!\!/_{(T^* - T)}$ — коэффициент восстановления температуры.

Коэффициент восстановления r может принимать значения как меньше, так и больше единицы в зависимости от значения числа Прандтля Pr газового потока. Если Pr > 1, то интенсивность выделения теплоты за счёт работы сил трения преобладает над интенсивностью отвода тепла в газ конвекцией и теплопроводностью и r > 1. При Pr < 1 коэффициент восстановления также r < 1 и преобладает отвод тепла. Если Pr = 1, то процессы выделения и отвода теплоты уравновешены и r = 1. На рис. 1.6 показаны профили температур

$$\boldsymbol{\theta} = \frac{T - T_{\infty}}{T_{\infty}^* - T_{\infty}}, \quad \boldsymbol{\theta}^* = \frac{T^* - T_{\infty}}{T_{\infty}^* - T_{\infty}}$$
(1.8)

в ламинарном пограничном слое на теплоизолированной пластине для разных значений числа Pr. Поперечная координата $\eta = y\sqrt{u_{\infty}/(\nu x)}$, где x и y — декартовы координаты, u_{∞} — скорость невозмущённого потока и ν — кинематическая вязкость. Как видно из рисунка температура адиабатической стенки θ_{aw}^* (θ^* при $\eta = 0$) может принимать значения больше или меньше единицы, в зависимости от значения числа Прандтля.

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что для воздуха ($\Pr = 0.7$) при безотрывном обтекании гладкой пластины и продольном обтекании конуса, клина, полого цилиндра при развитом турбулентном пограничном слое величина коэффициента восстановления температуры находится в пределах $r_{turb} = 0.88$ –0.91, а в случае ламинарного пограничного слоя — $r_{lam} =$ 0.84–0.86. При этом значение коэффициента восстановления практически не зависит от величин чисел Маха и Рейнольдса. В связи с этим общепринятыми являются следующие зависимости для расчёта коэффициента восстановления:

$$r_{lam} = \Pr^{1/2}, \tag{1.9}$$

$$r_{turb} = \Pr^{1/3}$$
. (1.10)



Рисунок 1.6 — Распределение безразмерных термодинамической (θ) и температуры торможения (θ^*) по толщине ламинарного пограничного слоя теплоизолированной пластины при различных числах Прандтля

Выражение (1.9) является частным решением уравнений ламинарного пограничного слоя [25], тогда как (1.10) есть аппроксимация численного решения, полученного в [26].

В более общих случаях, выражение (1.10) требует уточнения. Например, для течений газов со значением числа Прандтля, отличным от значений, близких к воздуху (Pr = 0.65–0.73) уравнение (1.10) даёт заниженную оценку коэффициента восстановления. В работах [9;10] независимо были получены следущие аппроксимации результатов численного моделирования течений смесей газов с различными значениями числа Прандтля:

$$r_{turb} = 0.90 Pr^{0.10}, \qquad [9] \qquad (1.11)$$

$$r_{turb} = 0.95 Pr^{0.11}, \qquad [10] \qquad (1.12)$$

На рис. 1.7 приведено сопоставление всех приведённых выше корреляций. Кроме того, на рисунок так же нанесены данные экспериментальных исследований [27; 28].



Рисунок 1.7 — Влияние молекулярного числа Прандтля на коэффициент восстановления температуры в турбулентном пограничном слое

Более подробно факторы, влияющие на величину коэффициента восстановления температуры, рассмотрены в работе [11].

1.4.1 Устройство, работающее по методу Леонтьева

Основываясь на том факте, что температура адиабатной стенки отличается от температуры торможения набегающего высокоскоростного потока (1.7), А. И. Леонтьевым в работе [6] были предложены метод безмашинного энергоразделения газового потока и устройство для его реализации. Принципиальная схема устройства показана на рис. 1.8.



Рисунок 1.8 — Принципиальная схема устройства для безмашинного энергоразделения потока [11]: 1 — ресивер, 2 — разделительная перегородка, 3 — дозвуковой поток, 4 — сверхзвуковой поток, 5 — сверхзвуковое сопло, 6 — сверхзвуковой диффузор. Распределение температуры торможения в пограничном слое в случае теплопроводной разделительной перегородки (I), в случае теплоизолированной перегородки (II)

Предварительно сжатый газ (воздух, пар, смесь газов и т.п.) с начальными параметрами P_0^*, T_0^* поступает из форкамеры 1 в рабочий участок, где разделяется перегородкой 2 на два потока 3 и 4. Поток 3 не претерпевает геометрического воздействия и остается дозвуковым, поток 4 разгоняется в сопле 5 до сверхзвуковой скорости.

В случае дозвукового потока, согласно (1.7), $T^*_{aw1} \approx T^*_0$, а в случае сверхзвукового потока можно принять $T^*_{aw2} \approx rT^*_0$. Таким образом, температуры с разных сторон перегородки различны и если сделать перегородку теплопроводной, то будет иметь место теплообмен. Направление теплового потока будет зависеть от значения коэффициента восстановления. Для воздуха (Pr = 0.7) r < 1, т.е. $T^*_{aw1} > T^*_{aw2}$, и, следовательно, дозвуковой поток будет охлаждаться, а сверхзвуковой, соответственно, нагреваться.

По состоянию на текущий момент проведены как численные, так и экспериментальные исследования безмашинного энергоразделения, основанного на рассмотренном методе. В работе [29] на основе автомодельного решения для ламинарного пограничного слоя определены параметры газа, обеспечивающие максимальную теплопередачу через плоскую пластину, разделяющую два потока с разными числами Маха. Показано, что абсолютная величина теплового потока растёт с ростом числа Маха сверхзвукового потока и существенно зависит от числа Прандтля и отношения теплоёмкостей.

На основе одномерных уравнений, авторы работы [30] исследовали температурное разделение в устройстве, состоящем из двух соосных осесимметричных трубок. По внутренней трубке поток течет с сверхзвуковой скоростью, по внешней — с дозвуковой. Показано, что теплообмен между потоками сильно зависит от числа Прандтля газа, геометрии каналов и схемы организации течения потоков.

В работах [31; 32] проведено численное исследование температурного разделения в устройстве, состоящем из двух узких плоских каналов, разделенных теплопроводной перегородкой, в том числе проницаемой. На основе решения системы дифференциальных уравнений двумерного сжимаемого пограничного слоя, дополненного $q-\omega$ моделью турбулентности, оценена степень охлаждения низкоскоростной части потока. Также предложены параметры для сравнения эффективности различных устройств безмашинного температурного разделения потоков.

В работе [33] предложена оригинальная двухкаскадная схема устройства газодинамического энергоразделения с центральным и внешним (кольцевыми) сверхзвуковыми соплами. На основе уравнений Навье-Стокса проведено численное моделирование предложенного устройства, работающего на газовой смеси гелия и ксенона. Исследованы зависимости эффективности устройства от начального давления торможения. Позже в работе [34] идея была распространена на трёхкаскадную схему.

Теоретическое исследование влияния термического сопротивления разделительной стенки, а также оребрения со стороны сверхзвукового и дозвукового каналов устройства газодинамического энергоразделения, на эффективность энергоразделения было проведено в работе [35]. В работе [36] представлены результаты численного моделирования энергоразделения в трубе Леонтьева с оребренной разделительной стенкой и при различных длинах сверхзвукового канала. Показано, что адиабатическая эффективность энергоразделения в короткой трубе Леонтьева с ребристой стенкой увеличивается при уменьшении выходного давления, а для гладких труб не меняется.

В работе [37] на основе данных численного моделирования построена *T-s* диаграмма процесса энергоразделения газовой смеси с малым числом Прандтля (He-Xe) в одиночной трубе Леонтьева с центральным цилиндрическим каналом. Показано, что понижение температуры в центральном канале сопровождается уменьшением энтропии, только когда расход газа ниже определенного значения. Уменьшение расхода приводит к уменьшению тепловыделения за счет вязкой диссипации, и энергоразделение становится преобладающим. Зависимость изменения энтропии от температуры торможения для охлажденного газа линейная. Для сверхзвукового потока энергоразделения приводит лишь к небольшому увеличению среднемассовой температуры торможения

В работе [38] численно рассмотрено влияние вдува/отсоса на эффект температурного разделения сверхзвукового и дозвукового потоков, разделенных проницаемой перегородкой. Диапазон чисел Прандтля составлял Pr = 0.05 – 5. Показано, что с уменьшением числа Прандтля температурное разделение возрастает. Вдув газа в сверхзвуковой поток уменьшает величину температурного разделения по сравнению с непроницаемой пластиной, а отсос увеличивает ее.

В работе [17] с использованием одномерного подхода проведена оценка эффективности данного метода при течении природного газа и конденсации одного из его компонентов в сверхзвуковом потоке.

В серии работ [39–41] проводятся численные исследования сверхзвукового двухфазного ламинарном пограничного слоя. Показано, что наличие даже очень малой концентрации капель в основном потоке может приводить к значительному снижению температуры адиабатической стенки. Это обстоятельство делает перспективным использование испаряющейся конденсированной фазы в данной схеме энергоразделения газовых потоков.

В работе [42] предложена комбинация вихревой трубы и рассматриваемой схемы энергоразделения. В работе [43] для интенсификации теплообмена в устройстве безмашинного энергоразделения сжимаемого потока предложено использовать тепловые трубы. В работе [44] рассматривается использование энергоразделения для решения проблемы гидратообразования, возникающей при редуцировании давления природного газа на газораспределительных станциях. Приводится обзор существующих и перспективных способов решения проблемы гидратообразования, отмечены их преимущества и недостатки. Дано описание способа реализации безогневого подогрева газа при редуцировании его давления, отмечены основные параметры, влияющие на эффективность процесса.

Экспериментальные результаты не так многочисленны. В работе [16] приведены данные по снижению температуры дозвукового потока $\Delta T_c^* \approx 10$ °C, омывающего одну из стенок плоского рабочего канала сверхзвуковой аэродинамической установки. В работе [45] зафиксирован рост энтальпии торможения природного газа при прохождении его через осесимметричный сверхзвуковой канал, состоящий из сверхзвукового сопла и конического канала, выполненных из стали. С внешней стороны канал омывался водой с температурой, равной температуре торможения газового потока перед соплом.

Крупнейшим экспериментальным исследованием устройства газодинамического энергоразделения на текущий момент является цикл работ [11; 46–50] проведённых в лаборатории гиперзвуковой аэродинамики НИИ механики МГУ. В цитированных выше работах исследуется процесс температурного разделения воздушных потоков, истекающих из общего резервуара через соосные каналы, разделённые теплопроводной стенкой, выполненной из латуни. В результате фиксируется снижение температуры торможения дозвукового и рост температуры торможения сверхзвукового потоков на выходе, что подтверждает работоспособность метода. Детально исследовано влияние параметров потока (начальная температура, число Маха, схема течения, отношение массовых расходов, интенсификация теплообмена в дозвуковом канале) на величину температурного разделения. Получены как интегральные параметры (нагрев и охлаждение потоков), так и локальные распределения температур и давлений вдоль сверхзвукового канала.

1.4.2 Течение в канале с проницаемыми стенками

Другим возможным способом использования энергоразделения в пограничном слое является применение проницаемых поверхностей. Действительно, если порцию пристеночных слоёв газа (см. рис. 1.6) удалить из потока через проницаемую стенку, то остававшаяся часть газа будет иметь температуру торможения отличающуюся от начальной.



Рисунок 1.9 — Схема устройства безмашинного энергоразделения потока с проницаемой стенкой. 1 — ресивер, 2 — сопло, 3 — канал с непроницаемыми стенками, 4 — канал с проницаемыми стенками

Схема такого устройства показана на рис. 1.9. Основными элементами такого устройства являются сопло 2 и канал с пористыми (проницаемыми) стенками 4. Газ, поступая из резервуара 1, разгоняется до высоких скоростей в сопле 2. Далее поступает в канал с проницаемыми стенками 4, где в зависимости от перепада давления происходит либо вдув, либо отсос газа.

Первые результаты исследования подобного устройства представлены в работе [7]. Авторы экспериментально исследовали течение в осесимметричном сверхзвуковом канале с центральным телом в виде цилиндрической трубки, состоящей из непроницаемого и проницаемого участков. Показано, что среднемассовая температура торможения воздуха на выходе из центрального тела увеличивается по сравнению с его начальной температурой. В работах [12; 51] проведено экспериментальное исследование течения в устройстве, состоящем из сопла и пористой (проницаемой) трубки. В экспериментах получены как интегральные эффекты энергоразделения, так и локальные распределения статического давления и температуры наружней поверхности пористой стенки вдоль канала. При изменении начального давления торможения получены данные об энергоразделении и значения массовых расходов через основной канал и пористую стенку. Показано, что количественно эффект энергоразделения превосходит эффект Джоуля-Томсона.

Численное моделирование сверхзвукового пограничного слоя с отсосом проведено в работе [52]. Моделирование проводилось на базе уравнений пограничного слоя при числах Прандтля Pr = 0.1 и 4.0. Показано, что ламинаризация турбулентного пограничного слоя происходит в условиях отсоса газа, о чём свидетельствует как поведение интегральных и локальных характеристик потока и теплообмена, так и вырождение турбулентности, когда отсос становится асимптотическим. При этом коэффициент восстановления температуры не зависит от числа Прандтля и становится равным единице, т.е. температура теплоизолированной стенки оказывается равной температуре торможения внешнего потока.

В работе [53] проведено численное моделирование течения турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке при отсосе газа через проницаемую поверхность. Показано, что можно достичь значительной разницы между температурами газа в пограничном слое и температурой отсасываемого газа. Изучено влияние чисел Прандтля и Маха падающего потока на величину эффекта энергоразделения, которая зависит от интенсивности отсоса газа. Энергоразделение наиболее выражено для газов с низким числом Прандтля. Установлено, что вследствие ламинаризации пограничного слоя при интенсивном отсосе газа в области непроницаемой пластины, следующей за проницаемой стенкой, температура стенки резко падает.

1.5 Выводы

Введено понятие безмашинного энергоразделения как процесса самопроизвольного перераспределения энергии (температуры) потока газа.

На основе анализа уравнения сохранения полной энергии (энтальпии торможения) газового потока выявлены основные физические механизмы влияющие на перераспределение энтальпии торможения.

Введены количественные характеристики процесса энергоразделения.

Рассмотрены наиболее распространённые методы энергоразделения и устройства их реализации: вихревая труба Ранка-Хилша и резонансная труба Гартмана-Шпренгера.

Рассмотрены два устройства для реализации энергоразделения в пограничном слое: устройство, работающее по методу А.И. Леонтьева (устройство газодинамического энергоразделения) и канал с пористой (проницаемой) стенкой. Проведён обзор работ по исследованию данных устройств.

Глава 2. Устройство газодинамического энергоразделения

2.1 Предельные оценки

Для оценки предельных значений охлаждения и подогрева рабочего тела в устройстве газодинамического энергоразделения воспользуемся моделью, разработанной в работе [30]. Рассмотрим теплообменный аппарат, состоящий из двух соосно расположенных осесимметричных каналов рис. 2.1. Во внутренний канал газ поступает со сверхзвуковой, а во внешний кольцевой — с дозвуковой скоростью. Теплообмен происходит через общую стенку, внешняя поверхность дозвукового канала теплоизолированна. Предполагается, что оба потока имеют одинаковую начальную температуру торможения.



Рисунок 2.1 — Схема устройства газодинамического энергоразделения

Приведём без вывода уравнения, описывающие процессы трения и теплообмена в коаксиальных каналах переменного сечения, разделённых теплопроводной стенкой.

$$\lambda^2 \frac{d\eta}{d\lambda^2} = \frac{k_q \eta \left(\lambda^2 - 1\right) F(\lambda^2, \eta)}{4 \left(1 + K\right) \eta G(\lambda^2, x) - k_q \left(\lambda^2 + 1\right) F(\lambda^2, \eta)},\tag{2.1}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{2\mathrm{St}F(\lambda^2, \eta)}{R(x)\left[1 + K(x)\right]}.$$
(2.2)

В уравнении (2.1) приняты следующие обозначения. Относительная энтальпия торможения:

$$\eta = \frac{h^*}{h_0^*}, \ \eta_b = \frac{h_b^*}{h_0^*}, \ h_b^* = \begin{cases} h_0^*, & \text{прямоток} \\ h_1^*, & \text{противоток} \end{cases}$$
(2.3)

Коэффициент аналогии Рейнольдса

$$k_q = \frac{\mathrm{St}}{c_f/2}.\tag{2.4}$$

Отношение суммарных потоков массы в сверхзвуковом и дозвуковом каналах:

$$m = \frac{R^2}{R_e^2 - R^2} \frac{\rho u}{\rho_e u_e}, \ K = \frac{\rho u \text{St}}{\rho_e u_e \text{St}_e} = |m| \frac{R_e^2 - R^2}{R^2} \frac{\text{St}}{\text{St}_e}.$$
 (2.5)

$$F(\lambda^{2}, \eta) = 1 + m\eta_{b} - \left[(r-1)\frac{k-1}{k+1}\lambda^{2} + 1 + m \right]\eta, \qquad (2.6)$$

$$G(\lambda^2, x) = \frac{1}{c_f} \frac{dR}{dx} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right) - \frac{k}{k+1} \lambda^2$$
(2.7)

В рамках принятого подхода величины c_f , k_q , St, St_e и r считаются заданными и постоянными. Величины R, Re и, следовательно, K в общем случае зависят от продольной координаты x.

Особые точки и характерные решения уравнения (2.1) детально рассмотрены в работе [30]. Здесь, в качестве примера, приведём решения для следующих условий (см. рис. 2.2):

- прямоточная схема течения $\eta_b = 1$;
- рабочее тело смесь инертных газов. $\Pr = 0.2, k = 1.67$. Коэффициент восстановления рассчитывался при помощи соотношения (1.11);
- коэффициент аналогии Рейнольдса k_q рассчитывался при помощи соотношения Колбруна (см. табл. 4, №3);
- К = 1, что означает, что формы двух труб, составляющих теплообменный аппарат подобны, т.е. $R_e(x)/R(x) = const;$
- *m* = 1, т.е. массовые расходы через дозвуковой и сверхзвуковой каналы равны;
- цилиндрический теплообменник $\frac{1}{c_f} \frac{dR}{dx} = 0.0$ (см. рис. 2.2a); расширяющийся теплообменник $\frac{1}{c_f} \frac{dR}{dx} = 5.0$ (см. рис. 2.2б).

Помимо интегральных кривых на рис. 2.2 так же нанесена линия нулевого теплового потока $q_w = 0$, соответствующая условию [30]:

$$F(\lambda^2, \eta) = 0, \qquad (2.8)$$

которое можно записать в виде

$$\eta = \left[1 + \frac{(r-1)(k-1)}{(1+m)(k+1)}\lambda^2\right]^{-1}.$$
(2.9)



Рисунок 2.2 — Интегральные кривые и фазовый портрет уравнения (2.1). Прямоток. Pr = 0.2, k = 1.67, K = m = 1. a) $\frac{1}{c_f} \frac{dR}{dx} = 0.0$; б) $\frac{1}{c_f} \frac{dR}{dx} = 5.0$

Уравнение (2.1) удобно использовать для параметрических исследований и предельных оценок. Граничным условием для него будет значение приведенной скорости сверхзвукового потока в начальном сечении.

Как видно из рис. 2.2 для цилиндрического теплообменника (во всём диапазоне изменения начальных скоростей сверхзвукового потока), а так же для расширяющего теплообменника (для некоторых значений начальных скоростей сверхзвукового потока, для данного примера $\lambda_0^2 > 2.6$) наблюдается торможение сверхзвукового потока. Изменение статического давления по длине трубы можно определить по следующему соотношению [30]:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_0^2 \right)^{-1}, \qquad (2.10)$$
где p_0 — давление в начальном сечении. Расчёты по (2.10) показывают, что убывание приведённой скорости λ приводит к росту статического давления. Как известно [54], рост давления в сверхзвуковом потоке может привести к возникновению скачков уплотнения. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать решения только для равномерных или ускоряющихся течений.

Из баланса энергии для до- и сверхзвукового потоков можно вычислить изменение энтальпии торможения дозвукового потока:

$$\eta_e \equiv \frac{h_e^*}{h_0^*} = 1 - m \left(\eta - 1\right).$$
(2.11)

Кроме того, если задаться начальным значением энтальпии торможения h_0^* , то можно перейти к разности энтальпий или, в случае совершенного газа, и принимая равенство теплоёмкостей, разности температур торможения:

$$\Delta T^* = T_0^* (\eta - 1) \,. \tag{2.12}$$

В работе [30] также показано, что оптимальным является сверхзвуковой канал, в котором поддерживается постоянная приведённая скорость. В этом случае

$$\frac{1}{c_f}\frac{dR}{dx} = \left[\frac{k_q(\lambda^2 + 1)F(\lambda^2, \eta)}{4(1+K)\eta} + \frac{k\lambda^2}{k+1}\right] \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{-1}$$
(2.13)

Если при интегрировании уравнения (2.1) использовать соотношение (2.13), то на плоскости (λ^2 , η) решение будет выглядеть вертикальной линией. Горизонтальное положение будет зависеть от начальной скорости λ_0 , а длина определяться соотношением (2.9). Таким образом соотношение (2.9) определяет предельное значение η для заданных значений r, k, m и λ . На рис. 2.3 показаны результаты расчётов для воздуха ($\Pr = 0.7$, k = 1.4) и водород-ксеноновой смеси ($\Pr = 0.2$, k = 1.67) в зависимости от соотношения массовых расходов, кроме изменения относительной энтальпии (η и η_e) на рисунок также нанесена шкала разности температур торможения, вычисленных по соотношению (2.12) при $T_0^* = 15$ °C. Для удобства дальнейшего сравнения на рисунке использовано число Маха, связанное с приведённой скоростью соотношением

$$M^{2} = \frac{\frac{2}{k+1}\lambda^{2}}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^{2}}.$$
(2.14)

Как видно из рисунка, существенное влияние на величину энергоразделения оказывают число Маха и вид рабочего тела, а точнее, коэффициент



Рисунок 2.3 — Предельные значения энергоразделения для каналов M = const($\lambda = const$). Разности температур торможения вычислены для $T_0^* = 15$ °C

восстановления, что напрямую следует из (1.7). Кроме того, можно сделать вывод о том, что при соотношении расходов 1/m < 1 теплообменный аппарат эффективнее работает на охлаждение дозвукового потока, а при 1/m > 1 — на нагревание сверхзвукового потока.

2.2 Математические модели устройства

Для детального исследования процессов, протекающих в устройстве газодинамического энергоразделения (см. рис. 2.4), воспользуемся одномерной и двумерной (осесимметричной) математическими моделями [55]. Одномерная модель позволяет оперативно и с достаточной степенью точности производить расчёты устройства и получать распределения основных параметров (скорость, давление, температура и т. д.) вдоль оси канала. При этом предполагается, что все параметры равномерно распределены по сечению. В свою очередь, двумерная модель позволяет получить более детальную информацию о процессах происходящих внутри устройства. Однако использование таких моделей требует значительно бо́льших временных затрат, как на этапе построения модели, так и на этапе получения решения.



Рисунок 2.4 — Схема устройства газодинамического энергоразделения. 1 — дозвуковой канал; 2 — сверхзвуковой канал

2.2.1 Одномерная модель

В случае одномерного моделирования можно выделить две субмодели: модель течения газа в канале и модель распространения тепла в стенке. Ниже последовательно рассмотрены каждая из них.

Модель течения газа в канале

Для модели течения газа воспользуемся хорошо известным методом Шапиро-Хоторна [56]. Метод позволяет анализировать течения при наличии различных внешних воздействий на поток. Идея метода состоит в том, что дифференциал каждой из рассматриваемых величин (скорости, давления, температуры и т.д.) выражается через линейную комбинацию независимых элементарных факторов воздействия (таких, как трение, изменение площади поперечного сечения, подвод тепла и т.д.); коэффициенты этих линейных комбинаций, называемые «коэффициентами влияния», выражаются в виде функций одной переменной (числа Maxa).

Поскольку этот метод будет использоваться нами в дальнейшем, рассмотрим наиболее общие типы течений, включающие в себя случаи влияния трения о стенки (c_f) , изменения площади поперечного сечения (dA), торможения потока погруженными в него телами (dX_b) , химических реакций или подвода/отвода тепла (dQ), перемешивания и фазовых превращений впрыскиваемых веществ (dm_p) и изменений молекулярного веса $(d\mathcal{M})$ (вызванных химическими реакциями или перемешиванием). На основе балансовых соотношений для выделенного элементарного объёма и привлекая уравнение состояния совершенного газа можно получить следующее уравнение для изменения числа Маха вдоль канала:

$$\frac{dM^2}{M^2} = -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2}\frac{dA}{A} + \frac{1 + kM^2}{1 - M^2}\frac{dQ}{mC_pT} + \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2}\left[4c_f\frac{dx}{d_h} + \frac{2dX_p}{kApM^2} + \left(1 - \frac{u_p}{u}\right)\frac{dm_p}{m}\right] + \frac{2\left(1 + kM^2\right)\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2}\frac{dm_p}{m} - \frac{1 + kM^2}{1 - M^2}\frac{d\mathcal{M}}{\mathcal{M}} - \frac{dk}{k}.$$
(2.15)

Уравнения для остальных переменных (давление, температура и т.д.) могут быть получены при использовании коэффициентов влияния из табл. 1.

Для рассматриваемой конфигурации устройства (см. рис. 2.4) внешними воздействиями на поток будут:

- геометрическое dA;
- тепловое dQ_w ;

- воздействие трением c_f .

Необходимо записать дополнительные соотношения, связывающие внешние воздействия с параметрами потока. Количество переданного тепла:

$$dQ_w = 4q_w \frac{A}{d_h} dx, \quad q_w = \alpha \left(T_w - T_{aw}^* \right), \quad \alpha = \frac{\mathrm{Nu}\lambda}{d_h}.$$
 (2.16)

Значения числа Нуссельта Nu и коэффициента гидравлического сопротивления ξ определялись по-разному для внутреннего (цилиндрического) и внешнего (кольцевого) каналов [57]:

$\frac{dk}{k}$	-1	0	0	0	0
$rac{\mathcal{W}p}{\mathcal{W}p}$	$-\frac{1{+}k\mathrm{M}^2}{1{-}\mathrm{M}^2}$	$-rac{1}{1-\mathrm{M}^2}$	$\frac{(k\!-\!1){\rm M}^2}{1\!-\!{\rm M}^2}$	$\frac{1}{1-M^2}$	$\frac{k M^2}{1-M^2}$
$\frac{dm_p}{m}$	$\frac{2\Big(1\!+\!k\mathbf{M}^2\Big)\Big(1\!+\!\frac{k\!-\!1}{2}\mathbf{M}^2\Big)}{1\!-\!\mathbf{M}^2}$	$\frac{1+kM^2}{1-M^2}$	$-\frac{(k\!-\!1){\rm M}^2\!\left(1\!+\!k{\rm M}^2\right)}{1\!-\!{\rm M}^2}$	$-\frac{(k+1)M^2}{1-M^2}$	$-\frac{2kM^{2}\Big(1+\frac{k-1}{2}M^{2}\Big)}{1-M^{2}}$
$4c_f \frac{dx}{dh} + \frac{2dX_b}{kApM^2} + \left(1 - \frac{u_p}{u}\right) \frac{dm_p}{m}$	$\frac{kM^2\Big(1+\frac{k-1}{2}M^2\Big)}{1-M^2}$	$\frac{k\mathrm{M}^2}{2(1\!-\!\mathrm{M}^2)}$	$-\frac{k(k\!-\!1)M^4}{2(1\!-\!\mathrm{M}^2)}$	$-\frac{k \mathrm{M}^2}{2(1-\mathrm{M}^2)}$	$-\frac{kM^{2}\left[1\!+\!(k\!-\!1)M^{2}\right]}{2(1\!-\!M^{2})}$
$\frac{dQ}{mC_pT}$	$\frac{1\!+\!k\mathrm{M}^2}{1\!-\!\mathrm{M}^2}$	$rac{1}{1-\mathrm{M}^2}$	$\frac{1\!-\!k\mathrm{M}^2}{1\!-\!\mathrm{M}^2}$	$-rac{1}{1-\mathrm{M}^2}$	$-\frac{k\mathrm{M}^2}{1-\mathrm{M}^2}$
$rac{dA}{A}$	$-\frac{2\Big(1+\frac{k-1}{2}{\rm M}^2\Big)}{1-{\rm M}^2}$	$-rac{1}{1-M^2}$	$\frac{(k-1)\mathrm{M}^2}{1-\mathrm{M}^2}$	$\frac{\mathrm{M}^2}{\mathrm{1-M}^2}$	$\frac{kM^2}{1-M^2}$
	$\frac{d M^2}{M^2}$	$\frac{n}{np}$	$\frac{dT}{T}$	$\frac{d}{dp}$	$\frac{d}{dp}$

Таблица 1 — Коэффициенты влияния [56]

$$Nu_{turb} = \frac{\frac{\xi}{8} \text{Re Pr}}{1 + 12.7\sqrt{\frac{\xi}{8}} \left(\text{Pr}^{2/3} - 1\right)} \left[1 + \left(\frac{d_h}{L}\right)^{2/3}\right]; \quad (2.17)$$

$$\xi = (1.8 \log_{10} \text{Re} - 1.5)^{-2}. \qquad (2.18)$$

– Кольцевой канал (полностью развитое турбулентное течение)

$$Nu_{turb} = \frac{\frac{\xi_{ann}}{8} \text{Re Pr}}{1 + 12.7 \sqrt{\frac{\xi_{ann}}{8}} \left(\text{Pr}^{2/3} - 1 \right)} \left[k_1 + \left(\frac{d_h}{L} \right)^{2/3} \right] F_{ann,i}; \quad (2.19)$$

$$k_1 = 1.07 + \frac{900}{\text{Re}} - \frac{0.63}{1 + 10 \text{ Pr}}, \ a = \frac{d_i}{d_o}, \ F_{ann,i} = 0.75a^{-0.17};$$

$$\xi_{ann} = (1.8 \log_{10} \text{Re}^* - 1.5)^{-2}, \ \text{Re}^* = \text{Re} \frac{(1 + a^2) \ln a + (1 + a^2)}{(1 - a^2) \ln a}.$$

$$(2.20)$$

Поскольку в расчётах для дозвукового канала (кольцевой канал) значения массового расхода варьировались в широких пределах, то для расчёта коэффициентов теплоотдачи использовались также соотношения и для ламинарного течения [57]. Переключение между режимами осуществлялось по следующему правилу:

$$Nu = (1 - \gamma) Nu_{lam} + \gamma Nu_{turb}, \qquad (2.21)$$
$$\gamma = \frac{Re - Re_{cr_1}}{Re_{cr_2} - Re_{cr_1}},$$

где

$$\operatorname{Re}_{cr_1} = 2300, \quad \operatorname{Re}_{cr_2} = 10^4.$$
 (2.22)

Коэффициент трения определялся из следующего соотношения с учётом поправки на сжимаемость [58]:

$$c_f = \Psi_{\rm M} \frac{\xi}{4}, \ \Psi_{\rm M} = \left(\frac{\operatorname{arctg} M\sqrt{r\frac{k-1}{2}}}{M\sqrt{r\frac{k-1}{2}}}\right)^2.$$
 (2.23)

Коэффициент восстановления температуры рассчитывался при помощи соотношения Ротта [25]:

$$r = \Pr_t + \frac{c_f}{2} \left(\Pr - \Pr_t\right) f + 7 \left(1 - \Pr_t\right) \sqrt{\frac{c_f}{2}}.$$
 (2.24)

		(11	, *	
\Pr/\Pr_t	b	\Pr/\Pr_t	b	\Pr/\Pr_t	b
0.5	123.8	5.	47.5	100.	10.9
0.72	108.1	10.	34.3	200.	7.7
1.44	82.2	20.	24.5	1000.	3.4
2.0	71.6	30.	20.1		

Таблица 2 — Значения функции f, необходимой для вычисления коэффициента восстановления (2.24), от \Pr/\Pr_t [25]

Значения функции f как отношения \Pr/\Pr_t приведены в табл. 2.

Закон изменения площади поперечного сечения задавался аналитической зависимостью A = A(x).

Модель стенки

Для моделирования распространения тепла использовалось решение одномерной задачи теплопроводности для цилиндрической стенки [59]:

$$q_{l} = K \left(T_{aw1}^{*} - T_{aw2}^{*} \right), \quad K = \pi \left(\frac{1}{\alpha_{1}d_{o}} + \frac{1}{2\lambda_{w}} \ln \frac{d_{o}}{d_{i}} + \frac{1}{\alpha_{2}d_{i}} \right)^{-1}, \quad (2.25)$$

где индекс 1 относится к дозвуковому потоку, а 2 — к сверхзвуковому.

Граничные условия

Таким образом, имеется замкнутая система уравнений (2.15)–(2.25), описывающих течение и теплообмен в системе коаксиальных каналов, разделённых теплопроводной стенкой. Граничными условиями для этой системы будут следующие соотношения:

$$M = M_0, \ u = u_0, \ T = T_0, \ \rho = \rho_0, \ p = p_0$$
 при $x = 0.$ (2.26)

Заметим, что предложенная модель не ограничена никакими допущениями о законах изменения площадей каналов (за исключением гладкости), т.е. могут быть использованы любые вариации, необходимо лишь использовать подходящие законы трения и теплообмена для соответствующих каналов.

2.2.2 Двумерная модель

Двумерная модель основана на уравнениях Навье-Стокса осреднённых по Рейнольдсу (RANS), уравнении энергии (как для жидкости, так и для твёрдого тела) и уравнениях соответствующей модели турбулентности. Дискретизация уравнений проводилась на основе метода контрольного объёма при использовании противопоточных схем второго порядка [60]. При построении сетки использовался препроцессор ANSYS ICEM CFD. Для моделирования использовался коммерческий пакет ANSYS Fluent.



Рисунок 2.5 — Расчётная область двумерной (осесимметричной) модели. 1 — сверхзвуковое сопло; 2 — сверхзвуковой конический (коническо-цилиндрический) канал; 3 — выходной диффузор;

4 — теплопроводная цилиндрическая стенка; 5 — дозвуковой кольцевой канал.

Течение сжимаемой, вязкой, теплопроводной среды описывалось системой уравнений Навье-Стокса осреднённых по Рейнольдсу (RANS):

– уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \mathbf{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mathbf{\rho} u_i \right) = S_m, \qquad (2.27)$$

– уравнение сохранения количества движения

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u_{i}\right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\rho u_{i}u_{j}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\tau_{ij} - \rho \overline{u_{i}'u_{j}'}\right) + S_{mom}, \quad (2.28)$$

– уравнение сохранения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h^*) - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i h^*) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho \overline{u'_i h'} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[u_j \left(\tau_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) \right] + S_e. \quad (2.29)$$

Для замыкания основной системы уравнений использовались двухпараметрические дифференциальные модели турбулентности. Всего в работе проанализированы результаты расчётов при использовании четырёх моделей турбулентности:

– модели семейства $k - \varepsilon$

– Standard (ske) [61]

- Realizable (rke) [62]

– модели семейства $k - \boldsymbol{\omega}$

- Standard (skw) [63]

- SST [64]

Кроме того, для уравнения энергии турбулентное число Прандтля задавалось как постоянное значение, так и на основе аналитической модели Кейса-Кроуфорда [65]:

$$\Pr_t^{-1} = \frac{0.5}{\Pr_{t\infty}} + 0.3 \Pr_t \sqrt{\frac{1}{\Pr_{t\infty}}} - (0.3 \Pr_t)^2 \left[1 - \exp\frac{-1}{0.3 \Pr_t \sqrt{\Pr_{t\infty}}}\right]$$
(2.30)

Модель (2.30) была реализована в виде функций определяемых пользователем (UDF) на языке С.

Стоит отметить, что значение турбулентного числа Прандтля для ядра потока $\Pr_{t\infty}$ является параметром данной модели. Рекомендованное значение $\Pr_{t\infty} = 0.85$ было получено исходя из анализа логарифмического участка теплового пограничного слоя [66]. Однако, в работе [66] показано, что диапазон изменения $\Pr_{t\infty}$ для воздуха составляет 0.73–0.92.

Граничные условия

На входной границе сверхзвукового канала (вход в сопло) задавались параметры торможения P_0^* и T_0^* , на выходной границе — статическое давление равное атмосферному. Для дозвукового канала на входе задавался массовый расход как доля от расхода по сверхзвуковому каналу.

2.3 Верификация и валидация

При проведении исследований численными методами для обоснования корректности математических моделей необходимо применять процедуру верификации и валидации (Verification and Validation, V&V) моделей. На сегодняшний момент многими крупными исследовательскими организациями (AIAA, ASME, NAFEMS и др.) разработанны рекомендации и стандарты по V&V. Подробный обзор дан в работе [67].

2.3.1 Общие положения

Процесс математического моделирования какого-либо объекта можно условно разбить на три этапа [68]: модель — алгоритм — программа (см. рис. 2.6). На первом этапе выбирается (или строится) эквивалент объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства — законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т. д. Математическая модель (или её фрагменты) исследуется теоретическими методами, что позволяет получить важные предварительные знания об объекте.



Рисунок 2.6 — Схема процесса математического моделирования [68]

Второй этап — выбор (или разработка) алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов. Определяется последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью. Нельзя, чтобы вычислительные алгоритмы искажали основные свойства модели и, следовательно, исходного объекта, они должны быть экономичными и адаптирующимися к особенностям решаемых задач и используемых компьютеров.

На третьем этапе создаются программы, переводящие модель и алгоритм на доступный компьютеру язык (численная модель). К ним также предъявляются требования экономичности и адаптивности. Их можно назвать электронным эквивалентом изучаемого объекта, уже пригодным для непосредственного испытания на экспериментальной установке — компьютере.

Применительно к данным видам моделей для проверки их адекватности используются подходы верификации и валидации. Верификация проводится в области математики, а валидация — в области физики.

Верификация — процесс установления соответствия между численной моделью и математической моделью.

Как следует из данного определения, процесс верификации позволяет достичь уверенности в корректности численной модели. Процесс верификации модели состоит из двух шагов:

- верификация программного кода для подтверждения того, что математические модели и алгоритмы численного решения систем уравнений работают корректно;
- верификация вычислений для подтверждения того, что дискретизация расчётной области выполнена корректно, и дискретное решение с необходимой степенью точности соответствует математической модели.

Валидация — процесс определения степени соответствия расчётной модели реальному физическому объекту в рамках области планируемого использования данной модели. Ни один из этапов верификации не позволяет определить, насколько выбранные модели адекватны объекту исследования. Оценка соответствия численной модели реальному миру относится к задачам валидации, которая позволяет определить, насколько физические явления и законы, включенные исследователем в расчётную модель, соответствуют постановке исходной задачи и достаточны для получения требуемых решений. Поэтому валидация может проводиться только с использованием данных физического эксперимента.

2.3.2 Валидация моделей

В работах [11; 49; 69] были проведены детальные экспериментальные исследования устройства газодинамического энергоразделения. Рассмотренные устройства состояли из двух коаксиальных каналов (см. рис. 2.7а): внешнего (дозвукового) и внутреннего (сверхзвукового). Внутренний канал образован сверхзвуковым соплом, внутренней конической [69] или коническо-цилиндрической [11; 49] поверхностью (входной диаметр конического участка $d_{h0} = 6$ мм, выходной d = 20 мм [69]; в случае коническо-цилиндрической канала [11; 49] d = 14 мм, длина конического участка 400 мм) теплопроводной стенки (рабочим участком) и диффузором. Наружный канал представляет собой кольцевой канал постоянного поперечного сечения ($d_{in} = 29$ мм; $d_{out} = 32$ мм). Каналы разделены между собой теплопроводной стенкой, изготовленной из латуни ($\lambda = 234$ Вт/мК). Общая длина рабочего участка составляет $L_0 = 700$ мм.

Эксперименты проводились для двух конфигураций устройства:

- устройство в сборе: внутренний канал, теплопроводная стенка и наружный канал (см. 2.7а);
- только внутренний канал и теплопроводная стенка (см. 2.76).

Для устройства в сборе были получены значения охлаждения дозвукового и нагрева сверхзвукового потоков, а также радиальные эпюры температур торможения на выходе из сверхзвукового канала. Для второй конфигурации были замерены распределения статического давления по длине сверхзвукового канала, а также локальная температура наружной поверхности теплопроводной стенки.

При валидации моделей, как и в работе [11], рассматривались три сверхзвуковых сопла на расчётные числа Маха при изоэнтропическом расширении воздуха $M_{2.is} = 1.8$, 2.0 и 2.5 ($d_{cr} = 5.0$, 4.6 и 3.7 мм).

Режимные параметры варьировались в следующих диапазонах:

- $P_0^* = 10.48$ -16.72 атм,
- $-T_0^* = 25.3 51.7$ °C,
- $m_1/m_2 = 0.1 1.0.$

При изменении соотношения расходов m_1/m_2 варьировался расход по дозвуковому каналу m_1 .



Рисунок 2.7 — Схема рабочей части экспериментального стенда [11]. а — стенд для исследования энергоразделения потоков; б — вид рабочей части стенда при исследовании параметров течения в сверхзвуковом канале устройств. 1 — ресивер, 2 — сверхзвуковое сопло; 3 — коническо-цилиндрический сверхзвуковой канал, 4 — теплопроводная стенка между сверхзвуковым и дозвуковым каналами (латунь); 5 — дозвуковой кольцевой канал; 6 — труба; 7 — сверхзвуковой диффузор; 8 — вентили: 9 — расходомерное устройство,

10 — электрические нагреватели; 11 — ресивер дозвукового потока.

На рис. 2.8а приведено сравнение экспериментального и расчётных распределений статического давления по длине конического сверхзвукового канала для случая $M_{2.is} = 1.8$; $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C при различных способах моделирования. Как видно из рисунка все модели дают близкий результат. Небольшое отличие наблюдается в положении псевдоскачка на выходе из канала.

Для тех же условий запуска на рис. 2.86 показано сравнение распределения температур наружной поверхности теплопроводной стенки. Как видно, здесь влияние моделирования значительно существеннее.

Исходя из сопоставления с экспериментальными данными [11; 49; 69] можно сделать вывод, что наилучшее согласование демонстрируют модели се-



Рисунок 2.8 — Распределение статического давления (а) и температуры наружной стенки (б) по длине конического сверхзвукового канала. $M_{2.is} = 1.8; P_0^* = 13.90 \text{ атм}; T_0^* = 25 \text{ °C. } 1 - 1D \text{ модель}; 2 - \text{ ske, } \Pr_t = 0.85;$ $3 - \text{ skw}, \Pr_t = 0.85; 4 - \text{ sst}, \Pr_t = var, \Pr_{t\infty} = 0.82; 5 - \text{ skw}, \Pr_t = var,$ $\Pr_{t\infty} = 0.85; 6 - \text{ skw}, \Pr_t = var, \Pr_{t\infty} = 0.82; \text{ символы} - \text{ эксперимент [69]}.$

мейства $k - \omega$ с моделью Кейса-Кроуфорда при $\Pr_{t\infty} = 0.82$. Стоит отметить, что в работе [9], при моделировании подобных процессов было использовано весьма близкое значение $\Pr_{t\infty} = 0.83$. Кроме того, в работе [70] при экспериментальном исследовании сверхзвуковых течений над плоской пластиной и в плоском сопле получены близкие значения $\Pr_{t\infty} \approx 0.8$. Сопоставление расчётных и экспериментальных данных для других начальных условий приведены в приложении А.

На основании проведённых расчётов можно отметить, что во всём диапазоне изменения параметров две указанные выше модели дают наилучшие совпадения с экспериментом. Для первой конфигурации (устройство в сборе), как уже было указано выше, измерялись радиальные распределения температуры торможения на выходе из устройства.

На рис. 2.9 показано сравнение радиальных распределений температуры торможения на выходе из конического сверхзвукового канала для случая $M_{2.is} = 1.8; P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C при соотношении расходов $m_1/m_2 = 0.29$. Как видно из рисунка, модель Standard $k - \omega$ (skw) с моделью Кейса-Кроуфорда при $\Pr_{t\infty} = 0.82$ демонстрирует хорошее совпадение с экспериментальными данными. Эта модель использовалась для дальнейших исследований.



Рисунок 2.9 — Радиальное распределение температуры торможения на выходе из конического сверхзвукового канала. $M_{2.is} = 1.8; \ P_0^* = 13.90 \ \text{атм}; \ T_0^* = 25 \ ^\circ\text{C}; \ m_1/m_2 = 0.29$

На рис. 2.10, 2.11 показаны радиальные распределения осевой скорости и температуры торможения, соответственно, в различных сечениях как для сверхзвукового, так и для дозвукового каналов. Кроме того, на рис. 2.11 приведены распределения температур в случае нетеплопроводной стенки (штриховые линии).

Для оценки интегрального эффекта энергоразделения были использованы разности температур торможения на входе и выходе для каждого из каналов (1.6). Результаты расчётов в сравнении с экспериментальными данными приведены на рис. 2.12. Нагрев сверхзвукового потока и охлаждение дозвукового представлены в зависимости от соотношения массовых расходов в дозвуковом (m_1) и сверхзвуковом каналах (m_2). На рисунок так же нанесены расчётные кривые, полученные с использованием одномерной модели (описанной в п. 2.2.1) как для конического (сплошные кривые), так и для коническо-цилиндрического (штриховые кривые) сверхзвуковых каналов. Вертикальными штриховыми линиями показаны границы критических чисел Рейнольдса (2.22) для дозвукового канала.

Отдельно стоит отметить, что экспериментально определённые величины нагрева ΔT_h^* и охлаждения ΔT_c^* для конического канала [69] значительно расходятся с данными численного моделирования. Впоследствии в работах [11;49], в связи с уточнением методики проведения эксперимента, абсолютные значения охлаждения и нагрева потоков были уточнены. Также из рисунка можно видеть, что использование конического и коническо-цилиндрического каналов приводит к очень близким результатам. Однако, в случае последнего удаётся существенно снизить давление торможения для запуска устройства. Далее будет рассматриваться только конический канал.

Как видно из представленных выше данных обе модели (1D и 2D) демонстрируют хорошее согласование с экспериментом.

Интересно наличие минимума охлаждения при $m_1/m_2 \approx 0.01$. Этот факт может быть объяснён при помощи рис. 2.13. На рис. 2.13а изображены распределения температур торможения дозвукового потока (сплошные линии) при различных массовых расходах и распределение температуры адиабатной стенки сверхзвукового потока (штриховая линия). Напомним, что рассматривается противопоточная схема течения и, следовательно, дозвуковой поток движется справа налево. Направления течения показаны на рисунке стрелками. Как видно из рисунка, при малых значениях массового расхода в дозвуковом канале температура торможения дозвукового потока довольно быстро достигает уровня адиабатной температуры сверхзвукового потока, а далее начинает расти в соответствии с изменением адиабатной температуры сверхзвукового потока.







Т.е. тепловой поток q_{w1} , согласно (2.25), на некоторой длине ($x_1/d_{h0} \approx 10$ для $m_1/m_2 = 0.001$) обращается в нуль, а далее, вниз по течению дозвукового потока меняет знак и становится положительным (см. рис. 2.136). При дальнейшем увеличении расхода существует такое значение m_1/m_2 (в данном случае 0.01) при котором тепловой поток становится максимальным, далее с ростом m_1/m_2 тепловой поток падает и после этого всюду сохранят свой знак $q_{w1} < 0$.

На рис. 2.14 приведены T-s диаграммы для дозвукового (a) и сверхзвукового (б) потоков. Как видно из рисунка, рост энтропии в сверхзвуковом потоке на два порядка превышает падение энтропии (за счёт охлаждения) в дозвуковом потоке. Это приводит к значительным потерям давления торможения в сверхзвуковом потоке (рис. 2.15), тогда как в дозвуковом потоке давление торможения остаётся практически неизменным.



Рисунок 2.12 — Нагрев сверхзвукового и охлаждение дозвукового потоков при противоточной схеме организации течения в зависимости от соотношения расходов. М_{2.is} = 1.8; $T_0^* = 25$ °C. Сплошные кривые — 1D модель, конический канал $P_0^* = 13.90$ атм; 2D модель, skw, $\Pr_t = var$, $\Pr_{t\infty} = 0.82$. Штриховые линии — 1D модель, коническо-цилиндрический канал $P_0^* = 10.36$ атм; — эксперимент [69]; ○ — эксперимент [49]



Рисунок 2.13 — К вопросу о минимуме охлаждения при противоточной схеме течения. М_{2.is} = 1.8; $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C. (а) — Распределение температур. Штриховая линия — температура адиабатной поверхности со стороны сверхзвукового потока, сплошные линии — температуры торможения дозвукового потока при различных соотношениях расходов m_1/m_2 (б) — Распределение тепловых потоков в стенку со стороны дозвукового потока при различных соотношениях расходов

Таким образом, предложенные в п. 2.2 математические модели адекватно описывают физические процессы, происходящие внутри устройства и могут быть использованы для дальнейших исследований.



Рисунок 2.14 — Т-я диаграммы для дозвукового (а) и сверхзвукового (б) потоков. $M_{2.is} = 1.8; P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C; $m_1/m_2 = 1$ P_1^*/P_0^* P_{2}^{*}/P_{0}^{*} 0.20 1.000.19 0.98 0.18Поток 0.17дозвуковой 0.96 сверхзвуковой +0.161.0 0.4 0.6 0.8 0.0 0.2

Рисунок 2.15 — Потери давления торможения для дозвукового и сверхзвукового каналов в зависимости от соотношения расходов. $M_{2.is} = 1.8; P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C

 m_1/m_2

57

2.4 Параметрические исследования

Используя разработанные в п. 2.2 математические модели рассмотрим влияние основных параметров на величину энергоразделения.

2.4.1 Влияние начальной температуры

На рис. 2.16 показано влияние начальной температуры торможения на нагрев и охлаждение потоков в устройстве газодинамического энергоразделения. Как и ожидалось, увеличение T_0^* приводит к росту абсолютных величин ΔT_h^* и ΔT_c^* . При этом рост охлаждения ΔT_c^* оказывается больше, чем рост нагрева ΔT_h^* . Особенно это проявляется при уменьшении расхода через дозвуковой канал m_1 .

2.4.2 Влияние вида рабочего тела

Как уже отмечалось, температура теплоизолированной стенки зависит от коэффициента восстановления температуры, который, в свою очередь, является функцией молекулярного числа Прандтля (см. рис. 1.7). Как известно (см., например, [71; 72]), бинарные смеси инертных газов обладают малым числом Прандтля (см. приложение В). На рис. 2.17 показано изменение величин нагрева/охлаждения потоков в устройстве газодинамического энергоразделения в зависимости от применяемой смеси инертных газов. Как видно из рисунка, переход с $\Pr = 0.71$ на $\Pr = 0.18$ увеличивает максимальное охлаждение дозвукового потока почти в два раза. Кроме того, на рис. 1.7 показаны результирующие значения коэффициента восстановления температуры.



Рисунок 2.16 — Влияние начальной температуры на величину температурного разделения. М $_{2.is} = 1.8; P_0^* = 13.90$ атм



Рисунок 2.17 — Влияние вида рабочего тела на величину температурного разделения. М_{2.is} = 1.8; $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C

2.4.3 Влияние схемы течения

В работе [11] отмечено, что в диапазоне исследованных параметров схема организации течения (прямоточная или противоточная) не оказывает заметного влияния на эффект энергоразделения. Напомним, что в работе [11] исследовались течения при $m_1/m_2 > 0.1$. На рис. 2.18 показаны результаты расчётов температурного разделения в диапазоне $0 < m_1/m_2 \leq 1.0$. Как видно из рисунка при $m_1/m_2 < 0.2$ влияние схемы течения становится существенным и прямоточная схема при условии разгона потока в сверхзвуковом канале является предпочтительной (при рассматриваемых условиях), так как она позволяет получить максимальное охлаждение дозвукового потока.



Рисунок 2.18 — Влияние схемы течения на величину температурного разделения. М_{2.is} = 1.8; $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C

2.4.4 Оптимизация профиля сверхзвукового канала

Одним из способов повышения величины температурного разделения является оптимизация профиля сверхзвукового канала [73]. С одной стороны, эффект будет тем выше, чем выше число Маха в сверхзвуковом канале, т.к. согласно (1.7) температура адиабатной стенки будет принимать всё меньшие значения по мере роста числа М. Однако, при непрерывном росте числа М потока коэффициент теплоотдачи будет падать за счёт эффекта сжимаемости. Таким образом, вероятно, оптимальным будет профиль, обеспечивающий постоянное число Маха на протяжении всего канала. Такой же вывод был получен в работе [30].

Таким образом, целесообразно рассмотреть три случая (см. рис. 2.19):

- 1. исходный канал с изменяющимся (возрастающим) числом Маха $M_2 = var;$
- 2. канал с постоянным числом Маха, равным начальному числу Маха для исходного канала $M_2 = const_0;$
- 3. канал с постоянным числом Маха, равным конечному числу Маха для исходного канала $M_2 = const_1$.

При этом начальные давление P_0^* и температура T_0^* торможения, а также массовый расход m_2 фиксируются для всех трёх случаев.

Для определения последних двух профилей проинтегрируем уравнение (2.15), но при условии $dM_2/dx = 0$. Искомой переменной в этом случае будет закон изменения площади $A_2 = A_2(x)$.

Длину канала определим из условия физической реализации течения. Принимая во внимание тот факт, что сверхзвуковое истечение будет происходить в атмосферу, будем предполагать, что в выходном диффузоре реализуется прямой скачок уплотнения, после которого давление достигает уровня атмосферного, т.е. длина канала *L* будет определяться из следующего условия:

$$p_2|_{x=L} = \frac{p_{amb}}{\frac{2k}{k+1}M^2 - \frac{k-1}{k+1}}$$
(2.31)

В этом случае профили сверхзвукового канала получаются близкими к линейным (см. рис. 2.19а), но строго не являются таковым. Как видно из рисунка в случае $M_2 = const_0$ длина канала превышает длину исходного канала L_0 почти вдвое. В случае же $M_2 = const_1$ длина канала сопоставима с исходной. Исходя из условия равенства массового расхода ($m_2 = const$) для всех трёх случаев, начальное сечение канала в третьем случае ($M_2 = const_1$) было увеличено.

На рис. 2.20 показано сравнение интегрального эффекта энергоразделения для всех трёх сверхзвуковых каналов. Как видно, случаи $M_2 = const$ демонстрирую равные величины нагрева и охлаждения при $m_1/m_2 > 0.5$. Т.е. уменьшение адиабатной температуры стенки при $M_2 = const_1$ (см. (1.7)) компенсируется увеличением площади поверхности теплообмена за счёт увеличения длины L_0 (см. рис. 2.19) при $M_2 = const_0$. В случае малых расходов через дозвуковой канал $m_1/m_2 < 0.5$ преимущество в охлаждении демонстрирует канал с $M_2 = const_1$.

В сравнении с исходным каналом (M₂ = var), каналы, реализующие постоянное число Маха показывают преимущество в охлаждении и нагреве, например, при $m_1/m_2 = 1.0$ величина охлаждения для M₂ = var составляет $\Delta T_c^* = -4.8$ °C, а для M₂ = $const_1 - \Delta T_c^* = -6.8$ °C.



Рисунок 2.19 — Изменения диаметра (а) и числа Маха (б) по длине сверхзвукового канала при различных законах изменения площади. $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C; $m_2 = 0.0647$ кг/с



Рисунок 2.20 — Влияние схемы течения и профиля сверхзвукового канала на величину температурного разделения. $M_{2.is} = 1.8$; $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C.

63

2.5 Эффективность устройства газодинамического энергоразделения

Как уже отмечалось, ближайшим аналогом рассматриваемого устройства газодинамического энергоразделения является вихревая труба Ранка-Хилша. В работе [19] Хилш предложил оценивать эффективность вихревой трубы коэффициентом температурной эффективности η_T , который представляет собой отношение степени охлаждения ΔT_c^* , полученной в устройстве, к степени охлаждения при изоэнтропийном расширении газа ΔT_{is}^* с исходными параметрами газа P_0^* и T_0^* до давления охлаждённого потока P_c^* .

$$\eta_T = \frac{\Delta T_c^*}{\Delta T_{is}^*} = \frac{T_c^* - T_0^*}{T_0^* \left[1 - \left(\frac{P_c^*}{P_0^*}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$
(2.32)

Наряду с этим параметром эффективность устройств температурного разделения оценивается также с помощью адиабатного КПД **η**, характеризующего отношение фактической холодопроизводительности устройства к максимально возможному значению, достигаемому при идеальном расширении с потерей работы:

$$\eta = \mu_c \frac{\Delta T_c^*}{\Delta T_{is}^*} = \frac{\mu_c \left(T_c^* - T_0^*\right)}{T_0^* \left[1 - \left(\frac{P_c^*}{P_0^*}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}, \quad \mu_c = \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$
(2.33)

Однако выражения (2.32) и (2.33) не подходят для оценки эффективности процесса в рассматриваемом устройстве, поскольку потери давления в охлаждённом дозвуковом потоке значительно меньше, чем в горячем сверхзвуковом потоке, и при малых m_1/m_2 значение η_T может быть больше единицы. В связи с этим в [31] было предложено определять ΔT_{is}^* по перепаду давлений P_0^*/P_h^* , реализуемом в сверхзвуковом потоке. В этом случае модифицированные выражения для коэффициента температурной эффективности и адиабатического коэффициента полезного действия принимают вид:

$$\eta_T = \frac{\Delta T_c^*}{\Delta T_{is}^*} = \frac{T_c^* - T_0^*}{T_0^* \left[1 - \left(\frac{P_h^*}{P_0^*}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]},\tag{2.34}$$

$$\eta = \mu_c \frac{\Delta T_c^*}{\Delta T_{is}^*} = \frac{\mu_c \left(T_c^* - T_0^*\right)}{T_0^* \left[1 - \left(\frac{P_h^*}{P_0^*}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$
(2.35)

На рис. 2.21 показано изменение коэффициента температурной эффективности η_T (2.34) и адиабатного КПД η (2.35) в зависимости от соотношения расходов через до- и сверхзвуковой каналы, а так же для двух различных молекулярных чисел Прандтля.

Стоит отметить, что для лучших вихревых труб, согласно данным [74], $\eta_T \approx 0.7$ и $\eta \approx 0.32$. Однако следует также отметить, что эти КПД не учитывают важную особенность исследуемого устройства, отличающую его от вихревых труб, а именно значительно меньшие потери давления торможения охлаждаемого потока.



Рисунок 2.21 — Эффективность устройства газодинамического энергоразделения в зависимости от соотношения расходов и для различных молекулярных чисел Прандтля. $P_0^* = 13.90$ атм; $T_0^* = 25$ °C

2.6 Повышение давления торможения в сверхзвуковом канале

Как было отмечено выше, одним из достоинств устройства газодинамического энергоразделения являются малые потери давления торможения в дозвуковом канале. Однако для сверхзвукового потока величина потерь давления торможения оказывается весьма существенной (см. рис. 2.15). Ниже рассматриваются возможности по снижению этих потерь.

2.6.1 Термодинамический анализ пределов сохранения давления торможения при отводе тепла

По аналогии с работой [75] рассмотрим одномерное течение совершенного газа с постоянными теплофизическими свойствами в канале постоянного сечения при наличии только теплового воздействия (трением пренебрегаем). Иными словами, рассмотрим изменение параметров на линии Релея [76]. Будем полагать, что в начальном сечении все параметры известны.

Закон сохранения количества движения в направлении движения потока можно записать как

$$p_2 + \rho_2 u_2^2 = p_1 + \rho_1 u_1^2. \tag{2.36}$$

С учётом уравнения состояния совершенного газа и используя число Маха, уравнение (2.36) перепишем в виде

$$p_2 \left(1 + k M_2^2\right) = p_1 \left(1 + k M_1^2\right)$$

В итоге для изменения статического давления имеем

$$\sigma = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + k M_1^2}{1 + k M_2^2}.$$
(2.37)

Переходя к параметрам торможения, получим

$$\sigma^* = \frac{P_2^*}{P_1^*} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\pi(M_1)}{\pi(M_2)} = \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2} \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2}M_2^2}{1 + \frac{k-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{\kappa}{k-1}}.$$
 (2.38)

Из отношения квадратов чисел М для движения в канале постоянного сечения

$$\frac{\mathrm{M}_2^2}{\mathrm{M}_1^2} = \frac{u_2^2}{u_1^2} \frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_2}{u_1} \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

получим соотношения для скорости движения

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{M_2^2}{M_1^2} \frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2},$$
(2.39)

и для плотности газа

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_1^2}{M_2^2} \frac{1 + kM_2^2}{1 + kM_1^2}.$$
(2.40)

Закон изменения температуры получим из уравнения состояния

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2},$$

и соотношений (2.37) и (2.40)

$$\theta = \frac{T_2}{T_1} = \frac{M_2^2}{M_1^2} \left(\frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2^2}\right)^2.$$
(2.41)

Для температуры торможения имеем

$$\theta^* = \frac{T_2^*}{T_1^*} = \frac{T_2}{T_1} \frac{\tau(M_1)}{\tau(M_2)} = \frac{M_2^2}{M_1^2} \left(\frac{1+kM_1^2}{1+kM_2^2}\right)^2 \frac{1+\frac{k-1}{2}M_2^2}{1+\frac{k-1}{2}M_1^2}.$$
 (2.42)

В итоге имеем шесть уравнений для расчёта соответствующих параметров течения в произвольном сечении канала при тепловом воздействии. Все уравнения имеют в качестве аргументов только число Маха в начальном «1» и конечном сечениях «2».

Результаты расчётов с использованием зависимостей (2.37)–(2.42) показаны на рис. 2.22. Все кривые построены для случая $M_1 = 1.0$ и нормированы на значения соответствующих параметров торможения в начальном сечении.

Из графиков видно, что отвод тепла, т. е. $T_2^* < T_1^*$ соответствует снижению числа Маха в дозвуковой области и росту в сверхзвуковой. Кроме того, давление торможения возрастает как в случае дозвукового, так и сверхзвукового течений. Однако, стоит отметить, что поведение статического давления различается для двух режимов течения. В дозвуковом случае статическое давление, как и следовало ожидать, растёт, тогда как в сверхзвуковом — уменьшается.



Рисунок 2.22 — Изменение основных параметров потока при тепловом воздействии. $M_1 = 1$

Кроме того, в дозвуковой области на участке ¹/√*k* ≤ M ≤ 1 наблюдается рост термодинамической температуры при отводе тепла. Это объясняется сравнительно более быстрым падением кинетической энергии, превышающим отвод тепла [75].

На рис. 2.23 показано влияние начального числа Маха M_1 на процесс повышения давления торможения. Как видно из рисунка максимальная степень повышения давления торможения наблюдается в случае, когда значение числа Маха удаляется от своего критического значения M = 1.0 в случае дозвукового течения стремясь к нулю, в сверхзвуковом случае — к бесконечности. Кроме того, на график нанесена сетка линий $q/C_p = \text{const}$, которая показывает, что при равном количестве отведённого тепла степень повышения давления торможения растёт с увеличением начального числа Маха M_1 как в дозвуковой, так и в сверхзвуковой областях, т.е. тепло выгоднее отводить от потока с высоким начальным числом Маха.

Стоит отметить, что в дозвуковом случае имеем конечный предел повышения давления торможения (причём для каждого M₁ этот предел свой), тогда как в области сверхзвуковых течений такого предела нет.



Рисунок 2.23 — Влияние начального числа Маха на величину повышения давления торможения при тепловом воздействии

Проведём оценки максимальной степени повышения давления торможения в этих двух случаях.

1. Для $M_1 \leqslant 1, M_2 = 0.0$

$$(\sigma_{\max}^*)^{sub} = \left(1 + kM_1^2\right) \left(1 + \frac{k-1}{2}M_1^2\right)^{-\frac{\kappa}{k-1}};$$
 (2.43)

2. Для
$$M_1 \ge 1, M_2 = \infty$$

$$(\sigma_{\max}^*)^{sup} = \infty.$$

Таким образом, σ^*_{\max} для дозвукового течения зависит от начального числа M_1 и показателя адиабаты k, т.е. от вида рабочего тела.

Влияние вида рабочего тела на величину повышения давления торможения при отводе тепла от потока показано на рис. 2.24. Что характерно, в дозвуковом потоке при переходе на газы с бо́льшим показателем адиабаты степень повышения давления увеличивается, тогда как в сверхзвуковом потоке наблюдаем обратную картину.

В таблице 3 приведены результаты расчётов по формуле (2.43) для различных газов. Как видно из таблицы при изменении показателя адиабаты k



Рисунок 2.24 — Влияние вида рабочего тела на процесс повышения давления торможения при тепловом воздействии. $M_1 = 1.0$

Таблица 3 — Зависимость максимальной степени повышения

давления торможения в дозвуковом течении от вида рабочего тела

Газ	k	$(\sigma^*_{\max})^{sub}$
Одноатомный	5/3 = 1.67	1.30
Двухатомный или линейный многоатомный	$^{7/_{5}} = 1.40$	1.27
Многоатомный нелинейный	$^{1/3} = 1.33$	1.26

максимальная степень повышения давления торможения в дозвуковом потоке $(\sigma_{\max}^*)^{sub}$ изменяется незначительно.

Также стоит отметить, что при одном и том же количестве отведённого тепла, при прочих равных условиях, повышение давления торможения всегда будет больше в сверхзвуковом потоке. Это легко показать, если принять, что изменение энтропии есть мера изменения давления торможения при тепловом воздействии [77]. Действительно, согласно второму началу термодинамики

$$\Delta s_{1-2} = \int_{1}^{2} \frac{dq}{T}.$$
(2.44)

Из уравнения (2.44) следует, что изменение энтропии тем больше, чем ниже средне интегральная температура процесса. Таким образом, при равных

начальных температурах и одном и том же количестве отведённого тепла изменение энтропии всегда больше в сверхзвуковом потоке, т. к. средне интегральная температура ниже.

Всё вышесказанное иллюстрирует рис. 2.25, на котором изображена T-s диаграмма процесса течения газа в канале постоянного сечения при наличии только теплового воздействия при $M_1 = 1$. Другими словами на рисунке изображена линия Релея. Помимо традиционной зависимости термодинамической температуры от изменения энтропии $T = T(\Delta s)$ на рисунке так же приведено изменение температуры торможения $T^* = T^*(\Delta s)$.

Кроме того, интегрируя уравнение (2.44) с использованием первого закона термодинамики и переходя к параметрам торможения, получим

$$\Delta s_{1-2} = \frac{k \,\mathrm{R}}{k-1} \ln \frac{T_2^*}{T_1^*} - \mathrm{R} \ln \frac{P_2^*}{P_1^*}.$$
(2.45)

После потенциирования уравнения (2.45), имеем

$$\sigma^* = \frac{P_2^*}{P_1^*} = \exp\left(\frac{k}{k-1}\ln\frac{T_2^*}{T_1^*} - \frac{\Delta s_{1-2}}{R}\right).$$
(2.46)

Из уравнения (2.46) следуют два важных вывода:

- 1. Изменение давления торможения происходит только под действием изменения температуры торможения и энтропии.
- 2. При отводе тепла от потока рост давления торможения сопровождается уменьшением энтропии.¹

Таким образом, по результатам проведённого анализа можно сделать следующие выводы:

- 1. Увеличение давления торможения при отводе тепла от движущегося потока возможно как в дозвуковом, так и в сверхзвуковом потоках.
- 2. В дозвуковом потоке имеем конечный предел повышения давления торможения.
- 3. Влияние вида рабочего тела существенно сказывается лишь в сверхзвуковом потоке. При переходе на газы с низким показателем адиабаты степень повышения давления торможения возрастает.
- 4. В сверхзвуковом потоке давление торможения при отводе тепла растёт быстрее, чем в сверхзвуковом.

¹Данный пункт ни в коем случае не вступает в противоречие со вторым началом термодинамики, т. к. речь идёт о закрытой термодинамической системе, т. е. системе допускающей обмен энергией с внешней средой



Рисунок 2.25 — T-s диаграмма процесса повышения давления торможения при тепловом воздействии на поток. $M_1 = 1$

2.6.2 Обзор методов охлаждения потока

Существует достаточно большое количество способов охлаждения газового потока. Ниже рассмотрены основные из них с точки зрения реализации эффекта повышения давления торможения.

Теплоотвод от стенок канала

Наиболее простым и очевидным способом отвода тепла от движущегося потока газа является теплоотвод через стенки канала. Уравнение, описывающие изменение давления торможения при одномерном рассмотрении течения в канале при наличии трения и теплообмена выглядит следующим образом [56]:

$$\frac{dP^*}{P^*} = -\frac{kM^2}{2} \left(\frac{dT^*}{T^*} + 4c_f \frac{dx}{d_h} \right).$$
(2.47)
Как известно, коэффициенты трения и теплообмена связаны между собой аналогией Рейнольдса:

$$St = k_q \frac{c_f}{2}, \qquad (2.48)$$

где k_q — коэффициент аналогии Рейнольдса.

С учётом последнего выражения уравнение (2.47) после некоторых преобразований можно переписать в виде

$$\frac{dP^*}{P^*} = -kM^2 \frac{k_q c_f}{d_h} \left(\frac{2}{k_q} + \frac{T_w}{T^*} - \frac{1 + r\frac{k-1}{2}M^2}{1 + \frac{k-1}{2}M^2} \right) dx,$$
(2.49)

где r — коэффициент восстановления температуры.

Из уравнения (2.49) легко сформулировать условия роста давления торможения потока при отводе тепла через стенки канала:

$$k_q > 2\left(\frac{1+r\frac{k-1}{2}M^2}{1+\frac{k-1}{2}M^2} - \frac{T_w}{T^*}\right)^{-1}.$$
 (2.50)

На рис. 2.26 показаны результаты расчёта правой части неравенства (2.50) для ламинарного и турбулентного пограничных слоёв в зависимости от числа Маха при различных значениях температурного фактора T_w/T^* . По смыслу эти кривые являются линиями сохранения давления торможения в канале при наличии теплоотвода от стенок. Т.е. превышение этих значений приводит к росту давления торможения. Как видно из рисунка при росте числа Маха предельное



Рисунок 2.26 — Линии сохранения давления торможения

значение коэффициента аналогии увеличивается. Кроме того, с ростом числа Маха разница между ламинарным и турбулентным течением в пограничном слое становится всё заметнее, это объясняется возрастающим влиянием коэффициента восстановления (для расчёта использовались соотношения (1.9) и (1.11)).

Таким образом, определены предельные значения коэффициента аналогии Рейнольдса, превышение которых ведёт к росту давления торможения потока при отводе тепла от стенок канала. Рассмотрим изменение значений k_q при различных условиях.

Коэффициент аналогии Рейнольдса

Аналогия между механизмами переноса количества движения и тепла в турбулентном потоке была впервые предложена О. Рейнольдсом в 1874 году. Высказанная Рейнольдсом гипотеза приводит к следующему соотношению

$$\mathrm{St} = \frac{1}{2}c_f,$$

T.e. $k_q = 1$.

В работах [78; 79] приведён обзор работ по исследованию аналогии Рейнольдса при «стандартных» условиях, т.е. при обтекании потоком несжимаемой жидкости полубесконечной плоской пластины. Сводка формул для расчёта k_q приведена в табл. 4. Анализ данных показывает, что в широком диапазоне изменения режимных параметров (Re, M, T_w/T^*) значения коэффициента аналогии Рейнольдса k_q для газов лежат в диапазоне 0.96–1.44. Согласно неравенству (2.50) таких значений явно недостаточно для роста давления торможения.

Рассмотрим влияние различных возмущающих факторов на значения коэффициента аналогии Рейнольдса.

Влияние уровня турбулентности потока. Изучению влияния высокого уровня турбулентности потока

$$I = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{u_{\infty}}$$

Таблица 4 — Уравнения для расчёта коэффициента аналогии Рейнольдса при «стандартных» условиях

Nº	Уравнение для k_q	Автор	Год
1	1	О. Рейнольдс	1874
2	$\left[1-rac{u_e}{u_1}\left(1-\mathrm{Pr} ight) ight]^{-1}$	Л. Прандтль, Г. Тейлор	1910, 1916
3	$\Pr^{-2/3}$	А. Колбурн	1933
4	$\left\{1 + 5\sqrt{\frac{c_f}{2}} \left[(\Pr-1) + \ln\frac{5\Pr+1}{6} \right] \right\}^{-1}$	Т. Карман	1939
5	$0.695 \operatorname{Re}_{x,w}^{(0.09-0.01\log\operatorname{Re}_{x,w})} \operatorname{Pr}_{w}^{-0.57} \left(\frac{T_{w}^{*}}{T_{e}}\right)^{-0.09}$	Л. Козлов	1964
6	1.16	Д. Сполдинг и С. Чи	1966

на коэффициент аналогии Рейнольдса посвящено достаточно мало исследований [80]. Приведённые в литературе немногочисленные экспериментальные данные крайне противоречивы. Так, если в работах [81;82] влияния I на величину k_q замечено не было, то из работ [83–86] следует, что с ростом степени турбулентности коэффициент аналогии значительно возрастает (рис. 2.27).

Существенную ясность в вопрос о влиянии I на коэффициент аналогии k_q вносят экспериментальные исследования, проведённые в ЦАГИ [87]. По мнению авторов [87], расхождения в результатах являются в основном следствием



Рисунок 2.27 — Сравнение опытных зависимостей коэффициента аналогии Рейнольдса от степени турбулентности I набегающего потока. 1 — данные работы [84], 2 — [81], 3 — [86], 4 — [85], 5 — [83]. Индекс 0 — при $I \approx 0$ %

не учёта влияния масштаба турбулентности набегающего потока и числа Рейнольдса пограничного слоя Re^{**}.

На рис. 2.28 приведены экспериментальные данные, позволяющие сделать вывод о независимости коэффициента аналогии Рейнольдса от эквивалентной турбулентности I_{eq} , учитывающей совместное влияние интенсивности турбулентности I набегающего потока, масштаба турбулентности и числа Рейнольдса пограничного слоя Re^{**}, рассчитанного по толщине потери импульса.

Как результат работы [87] можно отметить, что осреднённое значение коэффициента аналогии Рейнольдса, полученное при I > 0, равно:

$$k_q = 1.179 \pm 0.024. \tag{2.51}$$



Рисунок 2.28 — Зависимость коэффициента аналогии Рейнольдса от числа Рейнольдса и степени турбулентности набегающего потока. По данным работы [87]

Влияние продольного градиента давления. Продольный градиент давления оказывает существенное влияние на процессы трения и теплообмена [80; 88]. На рис. 2.29 показаны результаты работы [80]. Как видно из графика, положительный градиент давления приводит к росту коэффициента аналогии Рейнольдса.

Чтобы оценить пределы повышения k_q рассмотрим последовательно течения в ламинарном и турбулентном пограничных слоях при наличии продольного градиента давления.

Ламинарный пограничный слой. В общем случае течение в ламинарном пограничном слое при наличии трения и теплообмена описывается нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. Однако при выполнении определённых условий существуют автомодельные решения [25], описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями.



Рисунок 2.29 — Влияние продольного градиента давления на коэффициент аналогии Рейнольдса. По данным работы [80]

Приведём эти условия:

- Линейная зависимость вязкости от температуры.
- Число Прандтля равно единице Pr = 1.0.
- Температура стенки произвольна, но постоянна по всей поверхности $T_w = \text{const.}$

Используя преобразование Иллингворта – Стюартсона

$$\xi = \int_{0}^{x} b \frac{p_e a_e}{p_e^* a_e^*} dx, \qquad \eta = \frac{a_e}{a_e^*} \int_{0}^{y} \frac{\rho}{\rho_e^*} dy$$

и, принимая, что скорость на внешней границе пограничного слоя изменяется по закону

$$\tilde{u}_e = C\xi^m, \tag{2.52}$$

систему уравнений сжимаемого ламинарного пограничного слоя можно переписать следующим образом

$$f''' + ff'' = \beta \left(f'^2 - 1 - S \right); \qquad (2.53)$$

$$S'' + fS' = 0, (2.54)$$

где $f' = \frac{u}{u_e}, S = \frac{T^*}{T_e^*} - 1, \beta = \frac{2m}{m+1}.$

Граничными условиями для этой системы являются

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad S(0) = S_w,$$

$$f'(\infty) = 1, \quad S(\infty) = 0.$$
(2.55)

При принятых обозначениях, коэффициент аналогии Рейнольдса можно выразить следующим образом:

$$k_q = \frac{-S'_w/S_w}{f''_w}.$$
 (2.56)

Результаты численного интегрирования системы (2.53)–(2.54) с граничными условиями (2.55) показаны на рис. 2.30.

Из рисунка видно, что в области положительных градиентов давления коэффициент аналогии возрастает.

Турбулентный пограничный слой. Для оценки влияния продольного градиента давления на коэффициент аналогии Рейнольдса в турбулентном пограничном слое воспользуемся теорией предельных относительных законов трения и теплообмена Кутателадзе–Леонтьева [58].

Согласно [58] зависимость коэффициента трения от параметров продольного градиента

$$\Psi = \left(\frac{c_f}{c_{f_0}}\right)_{\text{Re}^{**}} = \left(\frac{\ln \xi_1}{I_1}\right)^2, \quad I_1 = \int_{\xi_1}^1 \left(1 + \frac{\Lambda \xi}{1 + 2\xi}\right)^{1/2} \frac{d\xi}{\xi}, \quad (2.57)$$

где $\Lambda = -\frac{2}{c_f} \frac{\delta}{u_e} \frac{du_e}{dx}$ — форм-параметр; ξ_1 — относительная толщина вязкого подслоя.

Для коэффициента теплоотдачи имеем

$$\Psi_S = \left(\frac{\mathrm{St}}{\mathrm{St}_0}\right)_{\mathrm{Re}^{**}} = \frac{\ln^2 \xi_1}{I_1 I_2}, \quad I_2 = \int_{\xi_1}^1 \left(1 + \frac{\Lambda \xi}{1 + 2\xi}\right)^{-1/2} \frac{d\xi}{\xi}, \quad (2.58)$$



Рисунок 2.30 — Изменение коэффициента аналогии Рейнольдса для ламинарного пограничного слоя при наличии продольного градиента давления

Тогда выражение для коэффициента аналогии Рейнольдса принимает следующий вид:

$$k_q = \frac{\Psi_S}{\Psi} k_{q_0} = \frac{I_1}{I_2},$$
(2.59)

где k_{q_0} — коэффициент аналогии при «стандартных» условиях.

На рис. 2.31 показано изменение коэффициента аналогии Рейнольдса в турбулентном пограничном слое при положительном градиенте давления. Как видно из рисунка коэффициент может достигать существенных значений, но при параметрах градиента давления близких к отрывным.

В целом можно заключить, что продольный положительный градиент давления может существенным образом нарушить аналогию Рейнольдса в сторону увеличения коэффициента аналогии. Однако это может происходить в состояниях близких к предотрывным. Численный анализ таких течений связан со значительными трудностями и требует дальнейших детальных исследований. Кроме того, как видно из проведённого анализа, коэффициент аналогии увеличивается при положительном градиенте давления, т.е. при торможении потока. Однако, как известно [54], торможение сверхзвукового потока приводит к возникновению скачков уплотнения, что, в свою очередь, ведёт к дополнительным



Рисунок 2.31 — Изменение коэффициента аналогии Рейнольдса для турбулентного пограничного слоя при наличии положительного продольного градиента давления

потерям давления торможения. Следовательно, использование конвективного охлаждения в сверхзвуковом потоке при наличии продольного градиента давления представляется нецелесообразным с точки зрения увеличения давления торможения.

Испарительное охлаждение

Ещё одним способом охлаждения потока является испарительное охлаждение: впрыск в газовый поток испаряющейся жидкости.

В работе [89] Шапиро и Хоторном было предложено уравнение описывающее изменение давления торможения в канале постоянного сечения при впрыске испаряющейся жидкости:

$$\frac{dP^*}{P^*} = -\frac{kM^2}{2} \left[\frac{dT^*}{T^*} + 4c_f \frac{dx}{d_h} + 2\left(1 - \frac{u}{u_p}\right) \frac{dm}{m} - \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2}M^2} \frac{d\mathcal{M}}{\mathcal{M}} \right].$$
 (2.60)

Уравнение (2.60) описывает изменение давления торможения в канале произвольного сечения при впрыске воды (dm) с учётом трения (c_f) и изменения молекулярного веса системы (\mathcal{M}). Устройство, реализующее рост давления торможения за счёт испарительного охлаждения (термопрессия) было названо авторами работы [89] аэротермопрессором (АТП). Схема устройства и изменение основных параметров показаны на рис. 2.32.

Работа [89] послужила началом крупному теоретико-экспериментальному исследованию процессов испарения жидкости в высокоскоростном высокотемпературном потоке газа. Целью этого исследования было изучение условий повышения давления торможения. Серия экспериментов и расчётов была проведена в Массачусетском технологическом институте (МТИ) в период 1952–1956 гг [90].

Одно из первых экспериментальных исследований было проведено в работе [91]. Стоит отметить, что предварительные исследования показали, что

- эффективность АТП является функцией диаметра испарительной части;
- АТП наиболее эффективно будет работать при сверхзвуковых скоростях.

Другими словами, аэротермопрессор должен быть крупноразмерным и высокоскоростным устройством. Однако, несмотря на это в работе [91] был



Рисунок 2.32 — Качественное изменение параметров в аэротермопрессоре

исследован малоразмерный АТП ($d_h \approx 50$ мм, $L/d_h \approx 35$). Такой выбор преследовал следующие цели:

- оперативно и при минимальных затратах исследовать процессы проистекающие в АТП и режимы его работы;
- получить экспериментальные данные для валидации теоретических расчётов;
- путём экстраполяции данных оценить возможные характеристики работы крупноразмерного АТП;
- накопить информацию для создания среднеразмерного АТП.

Малоразмерный АТП состоял из конического сопла, системы впрыска воды, испарительной части (цилиндрической трубы постоянного сечения) диаметром $d_h = 53.975$ мм и длиной L = 1.86 м ($L/d_h = 34.47$) и диффузора с углом раскрытия $\alpha = 6^{\circ}$ и степенью расширения n = 7.97.

В эксперименте измерялось статическое давление по длине испарительной части АТП. Так же использовались специально разработанные зонды для отбора пара.

В работе были проведены экспериментальные исследования 20 различных систем впрыска. Наилучшей была признана система осевого подвода воды с малой скоростью по ходу высокоскоростного газового потока. Система состояла из семи трубок с наружним диаметром $d_{out} = 3.175$ мм и внутренним $d_{in} = 2.795$ мм. Одна трубка располагалась в центре, а остальные шесть равномерно по окружности диаметром d = 31.75 мм.

Влияние впрыска воды на распределение статического давления показано на рис. 2.33. Измерения были проведены при приблизительно постоянном числе Маха на входе $M_0 \approx 0.5$, но для трёх различных значений относительного расхода воды $\Omega_0 = \frac{m_p}{m}$ и двух значений температуры торможения на входе T_0^* .

Кривые A0 и B0 (см. рис. 2.33) соответствуют течению без впрыска воды при $T_0^* = 21$ и 560 °C, соответственно. Так как режим течения дозвуковой, то статическое давление падает вдоль канала. Кривая A0 лежит выше кривой B0, так как, во-первых, начальное число Maxa M₀ для A0 немного ниже и, во-вторых, вследствие меньшего числа Рейнольдса для «холодного» течения, коэффициент трения для A0 также ниже.

Кривые A1 и A2 (см. рис. 2.33) соответствуют распределениям давления при различных уровнях впрыска воды при низкой температуре. При этих режимах происходит незначительное испарение жидкости и падение давления здесь



Рисунок 2.33 — Влияние впрыска воды на распределение статического давления в канале постоянного сечения при наличии трения. Данные работы [91]

больше, так как сила лобового сопротивления капель добавляется к сопротивлению сил трения.

Сравнение кривых B1 и B2 с кривыми A1 и A2 (см. рис. 2.33) показывает, что впрыск жидкости при высокой начальной температуре приводит к снижению потери давления. При начальной температуре $T_0^* = 560$ °C испарение жидкости весьма ощутимо и существенно снижает потери давления в сравнении со случаем без впрыска воды.

На рис. 2.34 показано изменение статического давления по длине канала при различных значениях начального относительного расхода воды Ω_0 . Все кривые соответствуют начальному числу Маха $M_0 = 0.63$ и начальной температуре торможения $T_0^* = 560$ °C. Так как течение без впрыска воды при $M_0 = 0.63$ соответствует критическому, то кривая для этого случая не показана.

Все кривые на рис. 2.32 и 2.34 можно условно разделить на следующие участки, в соответствии с протекающими процессами:

а) Резкое падение давления вследствие впрыска воды, т.к. на этом участке доминируют силы сопротивления капель.



Рисунок 2.34 — Влияние относительного расхода воды на изменение статического давления по длине АТП. $d_h = 53.975$ мм; $T_0^* = 560$ °C; $P_0^* = 1.01$ атм; $M_0 = 0.63$. Сплошные линии — расчёт, штриховые линии — эксперимент [91]

- б) Последующий быстрый рост давления, соответствующий быстрому испарению жидкости, происходящему в «турбулентном» режиме, т.к. относительная скорость (между каплями жидкости и газом) значительна. На этом участке эффект испарения доминирует над трением и сопротивлением капель.
- в) После того как капли жидкости были разогнаны газовым потоком и относительная скорость стала близка к нулю, испарение перешло в «ламинарный» режим, т.к. коэффициент теплообмена существенно уменьшился, а кроме того существенно упал перепад температур между каплями и газом. На данном этапе превалирующим становится сила трения и давление опять падает.

Совместный эффект сил трения, сопротивления капель воды и испарения при высоких температурах, как показывают результаты работы [91], может привести к непрерывному переходу от дозвукового потока к сверхзвуковому в канале постоянного сечения. Такой интересный феномен проиллюстрирован на рис. 2.35. Все кривые на рисунке соответствуют $T_0^* = 560$ °C и $\Omega_0 = 0.21$. Стоит отметить, что кривые на рис. 2.35 сходны по своему поведению с рис. 2.34.

В эксперименте число Маха не было измерено, однако из результатов расчёта (см. рис. 2.35б) видно, что на начальном участке число Маха возрастает, когда сила сопротивления капель превалирует, затем, по мере того, как всё большую роль играет испарение, число Маха уменьшается и наконец вновь возрастает с того момента, как сила трения становится главенствующей. Следовательно, число Маха проходит через максимум когда испарение становится доминирующим. Если число Маха на входе постоянно увеличивать, то максимальное число Маха тоже будет увеличиваться, пока не достигнет значения единицы. Такое «критическое» начальное число Маха, зафиксированное в эксперименте было равно $M_{0cr} = 0.78$. Значение массового расхода в этом случае достигает своего максимума и поток становится «запертым». Дальнейшее увеличение начального числа Маха за счёт изменения противодавления невозможно.

Для «запертого» течения (кривая, с $M_0 = 0.779$ на рис. 2.35) давление сначала падает, а число Маха возрастает, так как поток дозвуковой и сила сопротивления капель доминирует. Критические условия достигаются, когда число Маха становится равным единице, на расстоянии $x/d_h \approx 0.4$ от сечения впрыска. В этих условиях испарение жидкости становится наиболее значимым, давление продолжает падать, а число Маха продолжает возрастать, т.е. происходит непрерывный переход в сверхзвуковую область течения. На расстоянии $x/d_h \approx 10$ силы трения начинают превалировать над всеми остальными эффектами и, соответственно, в сверхзвуковом потоке давление начинает расти, а число Маха снижаться. На расстоянии $x/d_h \approx 28$ происходит скачок уплотнения и поток переходит в дозвуковую область течения. По-прежнему сила трения является основной, а значит давление начинает падать, а число Маха расти и достигает единицы в конце испарительной части. Течение в диффузоре становится сверхзвуковым, а затем скачком переходит в дозвуковую область. Положение скачка уплотнения определяется противодавлением. По мере увеличения противодавления скачок уплотнения будет продвигаться вверх по потоку. Характерные распределения давления вдоль канала показаны на рис. 2.35а.

Для оценки эффективности работы АТП было предложено использовать следующий комплекс [91]:

$$\frac{P_2^* - P_0^*}{P_0^* \mathcal{M}_0^2},\tag{2.61}$$



Рисунок 2.35 — Влияние начального числа Маха на распределение статического давления (а) и числа Маха (б) по длине АТП. Непрерывный переход через скорость звука. $T_0^* = 560$ °C; $P_0^* = 1.01$ атм;

 $\Omega_0 = 0.21$. Сплошные линии — расчёт, штриховые линии — эксперимент [91]

где P_0^* — давление торможения на входе в сопло, P_2^* — давление торможения на выходе из диффузора и M_0 — начальное значение числа Маха, на входе в испарительную секцию. Не трудно заметить, что показатель эффективности (2.61) есть ни что иное как нормированная левая часть уравнения (2.60).

Значения коэффициента эффективности приведены на рис. 2.36. На графике показаны максимальные значения коэффициента эффективности АТП, наблюдаемые в эксперименте [91] при варьировании относительного расхода воды.



Рисунок 2.36 — Эффективность малоразмерного аэротермопрессора. Данные работы [91]

Как и ожидалось, для малоразмерного АТП не удалось получить суммарного роста давления торможения, так как малый размер аппарата влечёт за собой неблагоприятный эффект доминирующего трения. Тем не менее, ожидаемое увеличение эффективности при росте числа Маха и уровня температуры подтвердилось.

В работе [92] исследовался среднеразмерный АТП состоящий из сужающегося сопла, испарительной части постоянного сечения, диаметром $d_h = 276.4$ мм, длиной L = 2.172 м и выходного диффузора с углом раскрытия 5°. Максимальное увеличение давления торможения, зафиксированное в эксперименте $(P_2^* - P_0^*)/P_0^* \approx 5$ %. Кроме того, исследовался канал с переменной площадью поперечного сечения. Площадь варьировалась специальной вставкой. Однако, дополнительные потери трения, вызванные вставкой, превысили положительный эффект изменения площади.

Экспериментальные исследования работы [93] проводились на той же установке, что и [92], однако геометрия испарительной части была модифици-

рованна. Дли исследования влияния закона изменения площади поперечного сечения испарительной части АТП на давление торможения использовались как внутренняя вставка, так и конический канал (внешнее изменение площади). Результаты приведены в табл. 5. Как видно из таблицы, максимальное изменение давления торможения зафиксировано на уровне ≈ 7 %. Кроме того, для решения проблемы запуска устройства, в работе [93] использовался отсос пограничного слоя в начале испарительной части, как видно из табл. 5 это привело к суммарному увеличению давления торможения до ≈ 8 %.

В работе [94] были проведены исследования начального числа Маха на характеристики АТП. Эксперименты проводились на малоразмерном АТП ([91]), дополненном специальной системой впрыска воды, реализующей переход основного потока в сверхзвуковой режим. По сути это устройство представляло собой сверхзвуковое сопло с центральным телом. Результаты исследований приведены в табл. 5. Как видно, не удалось получить выигрыша в повышении давления торможения за счёт сверхзвукового начального числа Маха. Авторы объясняют это, во-первых,малым диаметром испарительной части, а, во-вторых, наличием скачков уплотнения в канале АТП.

В работах [95;96] описаны результаты экспериментального исследования, проведенного на малоразмерном аэротермопрессоре ($d_h = 50.8$ мм, квадратное поперечное сечение) как в дозвуковом ($M_0 = 0.5$), так и в сверхзвуковом потоках ($M_0 = 1.87$) при температурах $T_0^* = 20$ и 560 °C. Проведённые фотографические исследования первичной атомизации распыленной воды в сверхзвуковом потоке показывают, что жидкость не распределяется равномерно по каналу, как в дозвуковом потоке. Описаны различные методы впрыска воды, предназначенные для преодоления этого недостатка. В связи с несовершенной системой впрыска воды не удалось добиться повышения давления торможения при сверхзвуковом режиме течения.

В. Л. Ерофеевым [97] проводились опыты на модели аэротермопрессора с расходом газа m = 1.63 кг/с и температурах $T_0^* = 355-365$ °C. Варьировались длина участка испарения, начальное число Маха и относительный расход воды. Автором делается вывод о целесообразности предварительного подогрева жидкости до температуры $T_0^* = 55-60$ °C и некоторого сужения участка испарения.

В работе [98] экспериментально исследовался аэротермопрессор с расходом газа m = 18 кг/с ($d_h \approx 360$ мм). В экспериментах варьировались как геометрия АТП, так и режимные параметры. Предложена и испытана новая

Таблица 5 — Сводная таблица результатов экспериментального исследования аэротермопрессора в МТИ

d_h	T_0^*	P_{0}^{*}	M ₀	Ω_0	$\frac{P_2^* - P_0^*}{P_0^* M_0^2}$	$\frac{P_2^* - P_0^*}{P_0^*}$	примечание	источник
MM	°C	атм	_	_	_	_		
	393	3) 1.01 7	0.777	0.17	-0.229	-0.138	dA = 0	[91]
53.975	560		0.780	0.24	-0.159	-0.097		
	727		0.783	0.31	-0.127	-0.078		
	655	1.35	0.45	0.35	0.064	0.013	dA = 0	[92]
279.4	650	1.40	0.77	0.30	0.061	0.036		
	557	1.34	0.67	0.27	0.024	0.053		
	655	1.35	0.46	0.36	-0.009	-0.002	dA = 0	[93]
	650		5 0.75 (0.26	0.018	0.010		
279.4	588			0.27	0.039	0.022	$dA \neq 0$, вставка	
	655			0.25 -	0.119	0.067	dA < 0	
					0.137	0.077	dA < 0, отсос ПС	
	560	60 0.953	1.34	0.17	-0.066	-0.119	dA = 0	[94]
53.975			1.47	$\begin{array}{c c} 1.47 \\ \hline 1.53 \end{array} 0.24 \end{array}$	-0.061	-0.132		
			1.53		-0.064	-0.150		

конструкция АТП с целью совершенствования системы подвода и распыла воды [99]. Эффективность работы АТП оценивалась по абсолютному

$$\Delta = \Delta P_0^* - \Delta P^*$$

и относительному

$$\delta = \frac{\Delta}{\Delta P_0^*}$$

эффектам термопрессии, где ΔP_0^* и ΔP^* — соответственно потери давления торможения в АТП без подвода и с подводом охлаждающей воды.

Экспериментальные значения величин для новой конструкции составили $\Delta = 0.087-0.135$ атм и $\delta = 0.3-0.5$, соответственно (при $\lambda_0 = 0.75-1.00$). Авторы отмечают, что несмотря на значительное повышение эффективности работы АТП по новой схеме и уменьшении его длины, в проведённых опытах не удалось получить полного снятия сопротивления АТП и тем более превышения начального давления торможения. Это объясняется большим аэродинамическим сопротивлением АТП без подачи воды. Устранить этот недостаток в будущем авторам видится довольно простой задачей.

Таким образом, можно сделать вывод, что АТП должен быть крупноразмерным (для минимизации потерь трения), высокоскоростным (для интенсификации процессов испарения и отвода тепла) устройством. Стоит отметить, что приведённые выше данные экспериментальных исследований можно улучшить используя меньшие длины испарительной части АТП.

2.6.3 Одномерная модель аэротермопрессора

Как видно из предыдущего параграфа при впрыске испаряющейся жидкости в высокотемпературный поток газа возможно повышения давления торможения. Для изучения основных механизмов и влияния отдельных факторов на степень повышения давления торможения рассмотрим задачу о двухфазном потоке газов и испаряющихся капель [56; 100]. Будем рассматривать одномерное течение предполагая, что не только параметры текущего газа, но и характеристики потока капель распределены равномерно по каждому сечению. Так же будем считать, что в начале процесса все капли имеют одинаковые размеры.

Потоки газа и капель рассматриваются как две отдельные движущиеся системы, к каждой из которых применяются уравнения сохранения. Обе системы связаны обменом массы, импульса и тепла между каплями и газом.

Построение математической модели

Течение в канале переменного сечения при наличии впрыска воды можно описать уравнениями уже использованными в п. 2.2.1 (см., например, (2.15)).

Для замыкания системы уравнений необходимо выразить внешние воздействия через параметры течения. Если через $m + m_p$ обозначить полный расход для смешанной системы $(m_p \text{ относится к потоку капель})$. Полный расход остается постоянным, поэтому

$$m + m_p = \text{const} = m_0 + m_{p_0},$$

здесь нулевой индекс относится к условиям во входном сечении.

Таким образом, в каждой точке поток газов будет складываться из потока воздуха и потока пара:

$$m = m_0 + m_{p_0} - m_p. (2.62)$$

Молекулярный вес газообразной системы поэтому будет выражаться следующим образом:

$$\mathcal{M} = \frac{m_0 + m_{p_0} - m_p}{\frac{m_0}{\mathcal{M}_A} + \frac{m_{p_0} - m_p}{\mathcal{M}_V}}.$$
(2.63)

Индексы А и V обозначают воздух и пар соответственно.

Газовая постоянная определяется из следующего соотношения:

$$R = \frac{R_{unv}}{\mathcal{M}},\tag{2.64}$$

где R_{unv} — универсальная газовая постоянная.

Изменение теплоёмкости, согласно аддитивному закону:

$$C_p = \frac{m_0}{m} C_{pA} + \frac{m_{p_0} - m_p}{m} C_{pV}.$$
(2.65)

Показатель адиабаты связан с C_p и R следующим соотношением:

$$k = \frac{C_p}{C_p - \mathcal{R}}.$$
(2.66)

Элементарное сопротивление капель X_p :

$$\frac{2dX_p}{kApM^2} = \frac{m_p}{m}\frac{du_p}{u}.$$
(2.67)

Количество тепла $-Q_p$. передаваемое газообразной системой жидкой системе, отчасти идёт на повышение энтальпии капель, отчасти — на испарение массы жидкости $-dm_p$, поэтому можно записать

$$-dQ_p = m_p \ dh_p - (h_v - h_p) \ dm_p.$$

Здесь h_p — энтальпия жидкости, соответствующая T_p . Очевидно, что величина $h_v - h_p$ представляет собой скрытую теплоту испарения r при температуре T_p , тогда

$$-dQ_p = m_p \ dh_p - rdm_p. \tag{2.68}$$

Член $-dW_p$ обозначает механическую энергию, отнятую от газообразной системы. Далее, работа сил сопротивления капель не полностью извлекается из газообразной системы, так как часть ее рассеивается в самой газообразной системе. Отнятая механическая энергия равна приращению кинетической энергии жидкой системы:

$$-dW_p = m_p u_p \ du_p. \tag{2.69}$$

Далее необходимо записать соотношения, характеризующие обмен массы, количества движения и тепла между двумя системами. Эти соотношения легко составить для отдельной капли, учитывая, что её диаметр δ связан с массой m_p простым соотношением

$$\left(\frac{\delta}{\delta_0}\right)^3 = \frac{m_p}{m_{p0}},\tag{2.70}$$

где δ_0 — диаметр капли во входном сечении (одинаковый для всех капель). Изменение массы частицы

$$-u_p \frac{d}{dx} \left(\frac{\pi \delta^3}{6} \rho_p \right) = \alpha_D \left(\pi \delta \right)^2 \left(\rho_v - \rho_{vt} \right).$$
(2.71)

Здесь ρ_v — плотность насыщенного пара при температуре T_p , ρ_{vt} — плотность пара при температуре восстановления на поверхности капли T_p^* и парциальном давлении пара в основном потоке. Коэффициент α_D связан с коэффициентом диффузии пара в воздухе D, коэффициентом вязкости μ и другими параметрами соотношением:

$$\alpha_D = \operatorname{Sh} \frac{D}{\delta}, \quad \operatorname{Sc} = \frac{\mu}{\rho D}, \quad \operatorname{Re} = \frac{\rho \delta |u - u_p|}{\mu}.$$

Сопротивление капли, уравновешивающее силу инерции, описывается следующей формулой:

$$\rho_p \frac{\pi \delta^3}{6} u_p \frac{du_p}{dx} = C_D \frac{\pi \delta^2}{4} \frac{\rho}{2} \left(u - u_p \right) |u - u_p|.$$
(2.72)

Здесь C_D — коэффициент торможения капель.

Тепло, подведенное к капле, связано со скоростью увеличения энтальпии капли и со скоростью испарения соотношением:

$$\alpha_T \left(\pi\delta\right)^2 \left(T_p^* - T_p\right) = \frac{\pi\delta^3}{6} \rho_p u_p \frac{dh_p}{dx} - r u_p \frac{d}{dx} \left(\frac{\pi\delta^3}{6} \rho_p\right).$$
(2.73)

Здесь коэффициент теплопередачи α_T выражается через коэффициент теплопроводности λ , коэффициент вязкости μ и другие параметры при помощи следующих выражений:

$$\alpha_T = \mathrm{Nu} \frac{\lambda}{\delta}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{C_p \ \mu}{\lambda}.$$

В итоге, мы имеем пять линейных однородных дифференциальных уравнений (для числа Маха см. (2.15)), связывающих логарифмические дифференциалы зависимых величин М, u, T, ρ, p с элементарными процессами, вызывающими преобразования. Помимо того, в качестве неизвестных выступают еще и переменные m_p, T_p и u_p , входящие в дополнительные уравнения (2.71) – (2.73). Далее необходимо записать некоторые важные дополнительные соотношения.

Дополнительные соотношения

Теплофизические свойства. Вязкость смеси воздуха и пара рассчитывается по следующему соотношению [101]:

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i \mu_i}{\sum_{j=1}^{n} y_i \varphi_{ij}},$$
(2.74)

где

$$\varphi_{ij} = \frac{\left[1 + (\mu_i/\mu_j)^{1/2} (\mathcal{M}_j/\mathcal{M}_i)^{1/4}\right]^2}{2\sqrt{2} \left[1 + (\mathcal{M}_i/\mathcal{M}_j)\right]^{1/2}}.$$
(2.75)

Теплопроводность смеси определяется по аналогичной зависимости [102]:

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i \lambda_i}{\sum_{j=1}^{n} y_i \varphi_{ij}},\tag{2.76}$$

Коэффициенты тепло- и массоотдачи. В таблице 6 приведены критериальные уравнения для расчета тепло и массоотдачи полученные разными авторами на основе экспериментов с одиночными каплями, ансамблями капель и с распылительными аппаратами.

Как можно увидеть из таблицы, независимо от условий экспериментов, природы жидкости и физических свойств газа, все уравнения дают довольно близкие результаты. Поэтому для расчета коэффициентов массоотдачи выбрано уравнение Фрёслинга (уравнение №3 в табл. 6), как экспериментально проверенное в более широком диапазоне изменения величин, а для расчета коэффициента теплоотдачи — уравнение Ранца и Маршалла (уравнение №6 в табл. 6), как наиболее подходящие по диапазону изменения параметров.

Коэффициент аэродинамического сопротивления капель. Для коэффициента торможения используются следующие зависимости [104]:

— Для чисел Маха $M_p < 1.0$

$$C_{D} = 24 \left[\operatorname{Re}_{p} + S \left\{ 4.33 + 1.567 \times \exp\left(-0.247 \frac{\operatorname{Re}_{p}}{S}\right) \right\} \right]^{-1} + \exp\left(-\frac{0.5M}{\sqrt{\operatorname{Re}_{p}}}\right) \times \left[\frac{4.5 + 0.38 \left(0.03\operatorname{Re}_{p} + 0.48\sqrt{\operatorname{Re}_{p}}\right)}{1 + 0.03\operatorname{Re}_{p} + 0.48\sqrt{\operatorname{Re}_{p}}} + 0.1\operatorname{M}_{p}^{2} + 0.2\operatorname{M}_{p}^{8} \right] + \left[1 - \exp\left(-\frac{\operatorname{M}_{p}}{\operatorname{Re}_{p}}\right) \right] 0.6S.$$

$$(2.77)$$

– Для чисел Маха $1.0 < {\rm M}_p < 1.75$

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} \frac{1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M_p^{4.63}} - \frac{3}{\text{Re}_p^{0.88}}\right)}{1 + \frac{M_p}{\text{Re}_p} \left[3.82 + 1.28\exp\left(-1.25\frac{\text{Re}_p}{M_p}\right)\right]}.$$
 (2.78)

– Для чисел Маха $M_p \ge 1.75$

$$C_D = \frac{0.9 + \frac{0.34}{M_p^2} + 1.86 \left(\frac{M_p}{Re_p}\right)^{1/2} \left[2 + \frac{2}{S^2} + \frac{1.508}{S}\right] + \frac{1}{S^4}}{1 + 1.86 \left(\frac{M_p}{Re_p}\right)^{1/2}},$$
 (2.79)

где $M_p = \frac{|u-u_p|}{\sqrt{kRT}}$ и $S = M_p \sqrt{\frac{k}{2}}$.

N⁰	Уравнение	Диапазон
1	$Sh = 2 + 0.347 Po^{0.6} Sc 0.33$	$Sc = 1 - 7 \times 10^4$
	SII = 2 + 0.547100 SC	$\mathrm{Re} = 10 - 10^4$
0	$Sh = 2 + 0.45 Re^{0.5} Sc^{0.33} +$	Sc = 1
	$+0.0048 \text{Re}^{0.25} + \text{Sc}^{0.33}$	$\mathrm{Re} = (1 - 16) \times 10^3$
3	$Sh = 2 + 0.552 Re^{0.5} Sc^{0.33}$	$Sc = 0.6 - 4 \times 10^2$
0		$\mathrm{Re} = (1-7) \times 10^4$
	$Sh = 2 + 0.57 Re^{0.5} Sc^{0.33}$	Sc = 1
4		$\mathrm{Re} = 1 - 2.5 \times 10^3$
5	$Sh = 2 + 0.6 Re^{0.5} Sc^{0.33}$	$\mathrm{Re} = 1 - 20$
6	$Nu = 2 + 0.6 Re^{0.6} Pr^{0.33}$	$\mathrm{Re} = 0 - 2 \times 10^2$
7	$\mathrm{Nu} = 0.16 \mathrm{Re}^{0.66}$	$\mathrm{Re} = 0.7 - 2 \times 10^2$
8	$Nu = 2 + 0.65 Re^{0.5} Pr^{0.33}$	
9	$Nu = 1.09 Re^{0.43}$	$Re = (0.2 - 25) \times 10^2$
10	$Nu = 0.714 Re^{0.5} Pr^{0.33}$	Re > 200
11	$Nu = 0.62 Re^{0.5}$	$Re = (0.15 - 30) \times 10^3$
12	$Nu = 0.54 Re^{0.5}$	$Re = (0.2 - 3) \times 10^3$
13	$Nu = 2 + 0.028 Re^{0.54} + 0.31 Re^{0.58}$	$\mathrm{Re} = 5 - 10 \times 10^4$
14	$Nu = 0.33 Re^{0.6}$	$Re = (0.02 - 15) \times 10^3$
15	$Nu = 0.37 Re^{0.6}$	$\mathrm{Re} = 17 - 7 \times 10^4$
16	$Nu = 2 + 0.459 Re^{0.5} Pr^{0.33}$	$Re = 5 - 5 \times 10^3$

Таблица 6 — Критериальные уравнения тепло- и массоотдачи для сферической частицы [103]

Коэффициент поверхностного трения. Коэффициент трения определялся из соотношения (2.23).

Начальный диаметр капель. Величина среднего диаметра капли зависит в основном от выбранной системы распыла жидкости. Наиболее мелкие капли можно получить при распылении пневматическими форсунками. Дробление струи жидкости производится самим высокоскоростным газовым потоком. Одну из наиболее крупных серий опытов по воздушному распыливанию жидкости провели японские учёные Нукияма и Танасава [105]. На основании результатов нескольких сотен опытов, проведённых при различных условиях, авторы получили следующую эмпирическую формулу для среднего объёмного-поверхностного диаметра капель:

$$\delta_{32} = \frac{585}{u - u_p} \sqrt{\frac{\sigma_p}{\rho_p}} + 597 \left(\frac{\mu_p}{\sqrt{\rho_p \sigma_p}}\right)^{0.45} \left(1000 \frac{m}{m_p} \frac{\rho}{\rho_p}\right)^{1.5}, \qquad (2.80)$$

где $\delta_{32} = \frac{\sum \delta^3 n}{\sum \delta^2 n}$ — средний объёмно-поверхностный диаметр капель, мкм. $u \ u \ u_p$ — скорость воздуха и жидкости, м/с. σ_p — коэффициент поверхностного натяжения, дин/см³ $\rho_p \ u \ \rho$ — плотность жидкости и газа, г/см³. μ_p — вязкость жидкости, пуаз. $m_p \ u \ m$ — массовые расходы жидкости и газа, кг/с

Уравнение (2.80) справедливо для следующего диапазона изменения параметров

$$ho_p = 0.7-12$$
 г/см³, $\sigma_p = 19-73$ дин/см³, $\mu_p = 0.01-0.3$ пуаз, $\frac{m_p}{m} \frac{\rho}{\rho_n} = 600-10000.$

Хрубецкий [106] изучал распыливание воздухом водяных струй, подаваемых параллельно или нормально к воздушному потоку. Опыты показали, что наиболее тонкое распыливание достигается в том случае, когда жидкость впрыскивается параллельно воздушному потоку в зону максимальной скорости воздуха.

Битрон [107] исследовал работу пневматических распылителей с расширяющимися воздушными каналами, в которых скорость вытекающей воздушной струи превышала скорость звука. Опыты Битрона показали, что уравнение (2.80) остается справедливым в охваченном авторе диапазоне сверхзвуковых скоростей с числом Маха M = 1–2.

Таким образом, мы получили замкнутую систему содержащую восемь уравнений и восемь неизвестных $(M, u, T, \rho, p, m_p, T_p \, u \, u_p)$, которая может быть численно проинтегрированна.

Валидация модели аэротермопрессора

Как уже отмечалось, в работе [91] были проведены обширные экспериментальные исследования аэротермопрессора диаметром $d_h = 53.975$ мм. В ходе исследований проводились серии экспериментов, в которых варьировались следующие параметры на входе в аэротермопрессор:

- относительный расход воды, $\Omega_0 = \frac{m_{p_0}}{m_0}$,
- число Маха, M₀,
- давление торможения воздуха, P_0^* ,
- температура торможения , T_0^* .

На рис. 2.34, 2.35 представлено сопоставление расчетных (сплошные кривые) и экспериментальных данных (штриховые кривые). Как видно из рисунков достигнуто удовлетворительное совпадение данных.

Как известно [76], при использовании обыкновенных дифференциальных уравнений для описания сжимаемых течений возникает особая точка типа «седло» при переходе через критическое значение числа Маха М = 1. В связи с этим для моделирования течений с переходом через скорость звука (см. рис. 2.35) использовался метод, разработанный в работе [108].

2.6.4 Параметрическое исследование

Рассмотрим влияние основных параметров на степень повышения давления торможения при течении в АТП диаметром $d_h = 500$ мм. В качестве количественной характеристики работы АТП будем использовать максимальную степень повышения давления:

$$\sigma_{\max}^* = \left(\frac{P^*(x)}{P_0^*}\right)_{max}.$$
(2.81)



Рисунок 2.37 — Изменение относительного давления торможения (a), числа Маха (б) и массовой доли испарившейся жидкости (в) по длине канала АТП при $d_h = 500$ мм; $M_0 = 0.7$; $P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °C. Символами «о» показана максимальная степень повышения давления торможения σ_{\max}^* для каждого случая

На рис. 2.37а приведены примеры изменения давления торможения по длине АТП для различных значений начальной массовой доли жидкости Ω_0 .

Символами «о» показаны значения σ_{\max}^* для каждого случая. Как видно из рисунка, σ_{\max}^* достигается на разных длинах. В дальнейшем мы будем рассматривать только значения σ_{\max}^* , предполагая, что каждому значению соответствует своя длина секции испарения.



Рисунок 2.38 — Влияние начальных параметров (дозвукового числа Маха и относительной массовой доли жидкости) на максимальную степень повышения давления торможения в АТП при $d_h = 500$ мм; $P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °C

Влияние начальной массовой доли жидкости на эффективность АТП при дозвуковых начальных скоростях потока и нулевой начальной скорости капель $u_{p0}/u_0 = 0$ показано на рис. 2.38. Как видно из рисунка, для каждого начального числа Маха существует оптимальное значение Ω_0 . Кроме того, можно отметить, что недостаток воды сказывается существеннее, чем избыток. Например, при $\Omega_0 = 0.2$ наименьшая степень повышения давления торможения наблюдается для $M_0 = 0.7$. Это объясняется тем, что малое количество впрыснутой воды испаряется (отвод тепла) уже на коротком начальном участке канала (см. соответствующую кривую на рис. 2.37в), далее вниз по потоку давление торможения падает за счёт воздействия трения. Далее, по мере роста начальной массовой доли жидкости Ω_0 , растёт количество испарившейся жидкости, а следовательно, колличество отведённого тепла. Кроме того, с ростом Ω_0 число Маха в канале падает (см. рис. 2.37б), т.е. испарение происходит при меньшем числе Маха. Наконец, при определённом значении Ω_0 , колличество испарившейся жидкости начинает уменьшаться, а следовательно уменьшается и σ_{\max}^* .

Для сверхзвуковых скоростей на входе АТП не удаётся получить роста давления торможения при нулевой начальной скорости капель $u_{p_0}/u_0 = 0$, т.к. потери давления от впрыска и разгона капель не компенсируются испарением (см. рис. 2.39).



Рисунок 2.39 — Изменение относительного давления торможения (a), числа Маха (б) и массовой доли испарившейся жидкости (в) по длине канала АТП при $d_h = 500$ мм; $M_0 = 1.5$; $P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °C

Влияние начальной скорости капель u_{p_0}/u_0 на степень повышения давления торможения при сверхзвуковых начальных скоростях показано на рис. 2.40. Рост начальной скорости частиц снижает или полностью ликвидирует потери энергии на разгон капель и позволяет получить $\sigma_{\text{max}}^* \approx 1.25$ для $M_0 = 1.5$. Возможность разгона капель до скоростей основного потока ($M_0 = 1.5$) показана в работе [107].



Рисунок 2.40 — Влияние начальных параметров (относительной массовой доли жидкости и относительной скорости капель) на максимальную степень

повышения давления торможения в АТП при $d_h = 500$ мм; $M_0 = 1.5 P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °С

Поведение кривых на рис. 2.40 может быть объяснено следующим образом. Рост начальной скорости капель u_{p_0}/u_0 приводит к росту числа Маха в канале (см. рис. Б.1), т.е. чем выше u_{p_0}/u_0 , тем при более высоких числах Маха происходит испарение и σ^*_{max} , следовательно, растёт. С другой стороны, как уже отмечалось выше, повышение количества впрыснутой жидкости Ω_0 ведёт к снижению числа Маха.

На рис. 2.41 показано изменение σ_{\max}^* в зависимости от начального числа Маха и относительной скорости капель. Кривые построены для оптимальных значений Ω_0 (см. рис. 2.40). Для каждого значения начальной относительной скорости капель u_{p0}/u_0 существует оптимальное число Маха. Как уже отмечалось, тепло от потока эффективнее отводить при высоких числах Маха, однако при росте начального числа Маха, доля испарившейся жидкости снижается (см. рис. Б.2). Баланс этих двух факторов позволяет получить оптимальное число Маха. Кроме того, рассмотренная модель предсказывает предельное повышения давления торможения $\sigma_{\max}^* \approx 1.25$.

Таким образом на базе одномерной модели АТП продемонстрирована возможность использования испарительного охлаждения в высокоскоростных



Рисунок 2.41 — Влияние начальных параметров (числа Маха и относительной скорости частиц) на максимальную степень повышения давления торможения в АТП при $d_h = 500$ мм; $P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °C

потоках. Показано, что в сверхзвуковом потоке при ненулевой начальной скорости капель возможно получить прирост давления торможения. Кроме того, в рамках рассмотренной модели, предельное повышение давления торможения при течении в сверхзвуковом АТП составило $\sigma_{\max}^* \approx 1.25$.

Однако впрыск капель в сверхзвуковой поток представляет собой сложное, комплексное явление и требует более детального изучения.

2.7 Выводы

Рассмотрены две математические модели устройства газодинамического энергоразделения, работающего по методу А.И. Леонтьева. Проведена валидация моделей.

Определено влияние массового расхода в дозвуковом канале устройства газодинамического энергоразделения на величину энергоразделения. Показано наличие максимума охлаждения при малых расходах при противопоточной схеме организации течения.

Показано влияние режимных параметров на величину энергоразделения.

На основании проведённого анализа можно сделать выводы о влиянии схемы течения на величину температурного разделения для следующих случаев:

- при разгоне потока в канале со сверхзвуковой скоростью:
 - для $m_1/m_2 < 0.2 \ (m_2$ массовый расход в канале со сверхзвуковой скоростью) прямоточная схема течения демонстрирует преимущество в охлаждении дозвукового потока ($\Delta T_c^* = -21$ °C при $m_1/m_2 = 0.01$) до 15 % по сравнению с противоточной схемой течения ($\Delta T_c^* = -18$ °C);
 - для $m_1/m_2 > 0.2$ схема течения не влияет на величину энергоразделения
- при течении в канале, реализующем постоянное число Маха схема течения не влияет на величину энергоразделения в диапазоне рассмотренных параметров.

Использование разработанных моделей позволило также определить влияние профиля сверхзвукового канала на величину температурного разделения. Сравнение (при фиксированных начальных параметрах P_0^* , T_0^* и m_2) исходного сверхзвукового канала с разгоном потока ($M_2 = var$) от $M_2 = const_0$ до $M_2 = const_1$ с каналами постоянного числа Maxa $M_2 = const_0$ и $M_2 = const_1$, соответственно, позволило сделать следующие выводы:

– каналы, реализующие течение с постоянным числом Maxa $M_2 = const$ имеют преимущество как в охлаждении дозвукового ΔT_c^* , так и в нагреве сверхзвукового ΔT_h^* потока до 40 % (при $m_1/m_2 > 0.5$), однако для случая $M_2 = const_0$ длина канала возрастает почти вдвое; – канал с постоянным числом Маха равным $M_2 = const_1$ имеет преимущество (по сравнению с исходным каналом) в охлаждении дозвукового потока ΔT_c^* до 20 % при $m_1/m_2 < 0.5$. В этом случае длина канала практически не меняется по сравнению с исходным каналом.

Проведён анализ влияния отвода тепла на изменение давления торможения в высокоскоростном потоке. Рассмотрены различные способы охлаждения потока и возможность их использования для повышения давления торможения. На базе одномерной модели устройства испарительного охлаждения (аэротермопрессора) показано, что при впрыске капель воды в высокоскоростной (начальное число Маха $M_0 \approx 1.5$) высокотемпературный ($T_0^* = 727$ °C) поток газа возможно достичь степени повышения давления торможения ≈ 1.25 при скорости впрыскиваемых капель равной скорости основного потока.

Глава 3. Энергоразделение в канале с проницаемыми стенками

Как уже отмечалось, другим возможным способом использования энергоразделения в пограничном слое является применение проницаемых поверхностей. По аналогии с устройством газодинамического энергоразделения, работающего по методу Леонтьева, рассмотрим одномерную и двумерную (осесимметричную) модели [109; 110] течения в устройстве энергоразделения с проницаемыми стенками (см. рис. 3.1).



Рисунок 3.1 — Схема устройства энергоразделения с проницаемыми стенками

3.1 Одномерная модель

Для анализа течения в канале с проницаемыми стенками воспользуемся разработанной в п. 2.2.1 моделью. Дополним её соотношениями для проницаемой стенки. Для текущей конфигурации (см. рис. 3.1) внешними воздействиями на поток будут:

- тепловое dQ_w ;
- воздействие трением c_f ;
- расходное воздействие dm_p .

Тепло отводимое или подводимое (в зависимости от знака расходного воздействия) к основному потоку будет определяться из соотношения аналогичного (2.16):

$$dQ_w = 4q_w \frac{A}{d_h} dx, \quad q_w = j_w \left(T_{aw}^* - T^* \right), \tag{3.1}$$

где $j_w = (\rho u)_w$ — массовый поток через проницаемую стенку. Значение j_w определяется из закона Дарси-Форхеймера для цилиндрической стенки [111]:

$$\frac{p_{amb}^2 - p_{in}^2}{\Delta dRT} = \alpha \mu \frac{d_{in}}{\Delta d} \ln \frac{d_{out}}{d_{in}} j_w + \beta \frac{d_{in}}{d_{out}} j_w^2, \qquad (3.2)$$

где p_{in} — давление на внутренней поверхности стенки, $\Delta d = d_{out} - d_{in}$ — разность диаметров.

Для простоты предположим, что пористая стенка состоит из сферических частиц одинакового размера, тогда, согласно [111]:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{171\left(1-\varepsilon\right)^2}{\varepsilon^3 d_p^2}, \qquad \boldsymbol{\beta} = \frac{0.635\left(1-\varepsilon\right)}{\varepsilon^{4.72} d_p}, \tag{3.3}$$

где ε — пористость; d_p — диаметр сферических частиц, м.

Коэффициент трения определялся из соотношения Колбрука-Уайта:

$$\frac{1}{\sqrt{\xi}} = -2\log_{10}\left(\frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{\xi}} + \frac{\Delta_s}{3.7}\right), \quad c_{f_0} = \frac{\xi}{4}, \tag{3.4}$$

где $\Delta_s = h_s/d_h$ — относительная шероховатость.

Помимо сжимаемости (2.23), необходимо также учесть влияние поперечного потока вещества на коэффициент трения [58]:

$$c_f = \Psi_{\Sigma} c_{f_0}, \quad \Psi_{\Sigma} = \Psi_{\mathrm{M}} \Psi_b, \quad \Psi_b = \left(1 - \frac{b}{b_{cr}}\right)^2,$$

$$(3.5)$$

где параметр проницаемости b определяется из следующего соотношения

$$b = \frac{\overline{j}_w}{c_{f_0/2}}, \quad \overline{j}_w = \frac{j_w}{(\rho u)_{\infty}}, \quad b_{cr} = 4.$$
(3.6)

Критическое значение параметра проницаемости $b_{cr} = 4$ соответствует критическому вдуву, когда $\Psi_b = 0$ и $c_f = 0$. С другой стороны при определённом уровне отсоса наступает, как называемый, асимптотический отсос. Этот режим характеризуется следующим соотношением между относительным массовым потоком и коэффициентом трения:

$$\frac{c_f}{2} = |\overline{j}_w|. \tag{3.7}$$

Соотношение (3.7) является решением интегрального соотношения импульсов для плоской пластины [58]. Можно предположить, что это приближённо верно и для течения в канале.

Кроме того, необходимо учесть влияние поперечного потока вещества также и на коэффициент восстановления. Численные [112] и экспериментальные [113] исследования показывают, что отсос существенным образом влияет на коэффициент восстановления (см. рис. 3.2). Данные экспериментов и расчётов в литературе (см., например, [58]) обобщаются в виде зависимости r от параметра проницаемости $b_{\rm M}$:

$$b_{\rm M} = \frac{\overline{j}_w}{\mathrm{St}_{\rm M}},\tag{3.8}$$

где St_M — число Стентона при отсутствии вдува или отсоса, но с учётом сжимаемости (2.23), которое определяется с использование аналогии Рейнольдса:

$$k_q = \frac{\mathrm{St}_{\mathrm{M}}}{c_{f_{\mathrm{M}}}} = \mathrm{Pr}^{-2/3},$$
 (3.9)

где $c_{f_{M}}$ — коэффициент трения, учитывающий только влияние сжимаемости (2.23).

При рассмотрении течений с вдувом/отсосом также используется ещё один параметр проницаемости:

$$b_1 = \frac{\overline{j}_w}{c_f/2}.\tag{3.10}$$

В случае асимптотического отсоса параметр проницаемости $|b_1| = 1$ согласно (3.7). Связь между всеми рассмотренными выше параметрами проницаемости можно записать в следующем виде:

$$b_{\rm M} = \frac{b}{k_q \Psi_{\rm M}} = \frac{b_1 \Psi_b}{k_q}.$$
(3.11)

Для расчёта коэффициента восстановления на проницаемой поверхности было использовано следующее соотношение [113]:

$$r = r_0 - 0.05 b_{\rm M} \left(1 + 0.1 b_{\rm M} \right),$$
 $r_0 = 0.88 \;$ (для $\Pr = 0.7$), (3.12)

где r_0 — коэффициент восстановления для непроницаемой поверхности.

Согласно имеющимся данным, при увеличении уровня отсоса коэффициент восстановления стремится к единице (см. рис. 3.2). В случае асимптотического отсоса ($b_{\rm M} \lessapprox -4$) коэффициент восстановления равен единице r = 1,



Рисунок 3.2 — Влияние вдува и отсоса газа на коэффициент восстановления а адиабатическая температура стенки равна температуре торможения потока $T_{aw}^* = T^*$ (см. (1.7)).

Изменение расхода определялось из следующего соотношения:

$$dm_p = j_w d_h \pi dx. \tag{3.13}$$

Таким образом, используя таблицу 1, и замыкающие соотношения (3.1)–(3.13) можно составить замкнутую систему уравнений, описывающих течение в канале с проницаемыми стенками. Система может быть численно проинтегрирована при соответствующих граничных условиях (2.26).

3.2 Двумерная модель

В общем случае пористая среда состоит из твёрдой фазы (матрицы) и одной или нескольких жидких (газообразных) фаз, занимающих пустые пространства (поры) между твёрдыми частицами. Разнообразие и сложность пористых сред объясняют сложность их моделирования. Бетон, керамика, металлическая пена и спечённые порошки относятся к пористым материалам и отличаются матрицами различного состава и чрезвычайно изменчивых размеров пор. Пористые спечённые порошки, которые использовались в качестве
материала образцов при проведении экспериментов [12], имеют, например, диаметры пор порядка нескольких сотен микрон.

Попытки описать связь между потоком внутри пористого материала и внешним потоком в микроскопическом масштабе сталкиваются со значительными трудностями: сетки, необходимые для разрешения уравнений Навье-Стокса и для локального расчёта теплопроводности внутри пористой среды требуют чрезвычайно мощных вычислительных средств.

Полноценное описание вдува/отсоса газа в канал через пористые (проницаемые) стенки требует сопряжённого расчёта течения и теплообмена в канале и пористой матрице. Это приводит к следующим задачам:

- расчёт поля течения в канале с учётом потоков массы, количества движения и энергии на границе с пористой стенкой;
- расчёт поля течения в пористой матрице.

В данной работе ограничимся только первым пунктом: расчётом поля течения в канале.

Рассмотрим способ моделирования, позволяющий учитывать взаимодействие между потоком и пористой стенкой при наличии вдува/отсоса. Следующие замечания позволяют указать важные критерии, которые необходимо учитывать при моделировании:

- Расходное воздействие характеризуется одновременным присутствием твёрдой стенки и газа, который вдувается или отсасывается через стенку. Эти два аспекта должны приниматься во внимание используемой моделью.
- Соотношение между характерным масштабом пор и масштабами длины в потоке определяет влияние микроструктуры материала на развитие вихревых структур. В случае, когда это соотношение велико, можно предположить, что необходимо дискретное моделирование стенки. В противном случае достаточно модели непрерывного типа, чтобы описать явление вдува/отсоса. В работах [115; 116] рассмотрены модели, реализующие эти два случая.

В первой модели (модель отверстий) пористая матрица моделируется последовательностью участков стенок, на которых происходит трение между газом и твёрдым телом, и отверстий, через которые вдувается/отсасывается газ (см. рис. 3.3а). Модель отверстий является макроскопической моделью, которая позволяет получить общую картину при вдуве/отсосе при условии

соблюдения минимального размера пор и создания достаточно мелкой сетки. Проведённые тестовые расчёты [115] показывают, что использование этой модели довольно затратно с точки зрения вычислений. Кроме того, встаёт вопрос о влиянии дискретизации (колличество ячеек на один участок стенки/поры), используемой в этой модели, в частности, ввиду грубого перехода от одного граничного условия (стенка) к другому (жидкость), которое может привести к расхождению итерационного процесса. В связи с этим в данной работе использовалась вторая модель, описанная ниже.

Модель источников была преложена в работе [116] в качестве альтернативы модели отверстий для случая поперечного обтекания пористого цилиндра. Стенка в этом случае однородна и вдув моделируется серией источников, расположенных в первой пристеночной ячейке сетки (см. рис. 3.36).



Рисунок 3.3 — Модели пористой стенки. а — модель отверстий, б — модель источников

Значения источниковых членов для уравнений (2.27–2.29) определяются из соотношений:

$$S_{m} = j_{w},$$

$$S_{mom} = j_{w}|u_{w}|,$$

$$S_{h} = j_{w}h_{w},$$

$$(3.14)$$

где плотность тока j_w определяется из уравнения Дарси-Форхеймера (3.2). Значения скорости u_w и удельной энтальпии на стенке h_w вычисляются в ходе интегрирования уравнений (2.27–2.29) (при отсосе) или задаются явно (при вдуве).

Модель источников ранее была применена для моделирования несжимаемого течения над проницаемой пластиной и при поперечном обтекании пористого цилиндра в сочетании с $k - \varepsilon$ моделью турбулентности [117]. Результаты расчётов сравнивались с экспериментальными профилями скорости и температуры, полученными в [118;119]. Продемонстрировано хорошее согласование расчётных и экспериментальных данных. Однако, по нашему мнению, необходимо более детальное обоснование правомерности использования такого подхода.

В дальнейшем для моделирования течения с проницаемыми границами будем использовать модель источников. Модель источников была реализована при помощи UDF.

Для двумерного анализа течения в канале с проницаемыми стенками воспользуемся разработанной в п. 2.2.2 моделью, дополнив её соотношениями для проницаемой стенки (3.14).

3.3 Валидация моделей

В первую очередь рассмотрим применимость, описанного в п. 3.2 подхода для решения задач течения с проницаемыми границами.

3.3.1 Течение над проницаемой пластиной

Течение несжимаемого газа

Рассмотрим течение над проницаемой пластиной, экспериментально исследованной в работе [120]. Длина пластины составляла L = 2.54 м, в 12-ти сечениях поперёк потока замерены значения продольной скорости и термодинамической температуры (для некоторых запусков). Схема расположения сечений показана на рис. 3.4, численные значения положения сечений приведены в табл. 7. Для всех случаев массовое воздействие (вдув/отсос) осуществлялось по закону $j_w = const$.

На рис. 3.5 показано сопоставление расчётных и экспериментальных профилей скорости $\omega = u_x/u_{\infty}$ в различных сечениях по длине пластины при отсутствии вдува. Скорость основного потока составляла $u_{\infty} = 7.9$ м/с.



Рисунок 3.4 — Схема течения над проницаемой пластиной

Таблица 7 — Позиции сечений для течения над проницаемой пластиной (см. рис. 3.4)

Сечение	x, mm	x/L	${ m Re}_x imes 10^{-5}$	Сечение	х, мм	x/L	${ m Re}_x imes 10^{-5}$
С	91.4	0.04	0.48	I	985.5	0.39	5.14
D	175.3	0.07	0.91	J	1191.3	0.47	6.21
Ε	284.5	0.11	1.48	K	1480.8	0.58	7.72
F	411.5	0.16	2.14	L	1798.3	0.71	9.37
G	561.3	0.22	2.93	M	2115.8	0.83	11.0
Н	764.5	0.30	3.98	N	2448.6	0.96	12.8



Рисунок 3.5 — Профили скорости при отсутствии вдува $\overline{j}_w = 0.0$, $u_\infty = 7.9$ м/с. Символы — эксперимент [120], сплошные линии — расчёт

Влияние вдува и отсоса на распределение скоростей в пограничном слое показано на рис. **3.6**. Как видно из рисунка, массовое воздействие оказывает существенное влияние на толщину пограничного слоя.

Кроме того, для случая вдува при скорости внешнего потока $u_{\infty} = 6.1$ м/с и $\bar{j}_w = 2.0 \times 10^{-3}$ были замерены также профили температур. Сопоставление между экспериментальными и расчётными данными приведены на рис. 3.7.

113





Рисунок 3.7 — Профили скорости (а) и температуры (б) при вдуве $\overline{j}_w = 2.0 \times 10^{-3}$. $u_\infty = 6.1$ м/с. Символы — эксперимент [120], сплошные линии — расчёт

Как видно из приведённых сопоставлений, предложенный в п. 3.2, подход для моделирования течений при массовом воздействии даёт хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Для оценки влияния массового воздействия на коэффициент поверхностного трения воспользуемся теорией предельных относительных законов турбулентного пограничного слоя. Согласно [58] для условий $\bar{j}_w = const$:

$$\Psi_{x\infty} = \left(\frac{c_f}{c_{f_0}}\right)_{\text{Re}_x} = \frac{(1-0.25b)^2}{(1+0.25b)^{0.2}},$$

$$b_x = \frac{b}{(1+0.25b)^{0.2}}, \quad b_{xcr} = 3.5.$$
(3.15)

На рис. 3.8 приводится сопоставление расчётных данных для проницаемой пластины с результатами, полученными при использовании соотношений (3.15). Согласование данных моделирования с предельным законом трения можно признать вполне удовлетворительным, небольшой разброс объясняется влиянием конечных чисел Рейнольдса.



Рисунок 3.8 — Влияние вдува/отсоса на коэффициент трения на проницаемой пластине. Сплошные линии — расчёт по (3.15), символы — двумерный расчёт

Течение сжимаемого газа

Поскольку основной целью данного исследования является энергоразделение, то необходимо рассмотреть применимость предложенного метода моделирования также и в течениях сжимаемого газа.

В работе [121] экспериментально исследовано течение над проницаемой пластиной в плоском сверхзвуковом профилированном сопле $M_{is} = 2.5$. Высота критического сечения составляла $h_{cr} = 28.6$ мм, длина проницаемой пластины -L = 678.4 мм. В шести сечениях поперёк потока (см. рис. 3.9) измерялись профили продольной скорости при различных значениях вдува.



Рисунок 3.9 — Схема течения над проницаемой пластиной в сверхзвуковом сопле

Вдув осуществлялся по закону $\bar{j}_w = const$. Всего рассматривалось четыре случая: $\bar{j}_w = 0$; 1.3×10^{-3} ; 2.4×10^{-3} и 3.6×10^{-3} . На рис. 3.10 приведено сопоставление расчётных и экспериментальных профилей скорости для всех случаев. Как видно из рисунков получено удовлетворительное совпадение данных. Некоторое различие в распределении скорости наблюдается для сечений E, G, I и непосредственно вблизи стенки для случаев $\bar{j}_w = 2.4 \times 10^{-3}$ и 3.6×10^{-3} . Это может быть объяснено положением системы скачков уплотнения (см. рис. 3.11). С увеличением уровня вдува увеличивается интенсивность скачка уплотнения на входной кромке проницаемой пластины.

По аналогии с предыдущим параграфом, влияние вдува на величину поверхностного трения оценивалось на основе теории предельных относительных законов турбулентного пограничного слоя. Уравнение импульсов при течении сжимаемого газа над плоской проницаемой пластиной записывается в следующем виде [58]:

$$\frac{d\operatorname{Re}^{**}}{d\overline{x}} = \operatorname{Re}_{L}\left(\Psi_{\Sigma} + b\right)\frac{c_{f_{0}}}{2}$$
(3.16)

116



Рисунок 3.10 — Профили скорости для течения над проницаемой пластиной в сверхзвуковом сопле. а) $\overline{j}_w = 0.0$, б) 1.3×10^{-3} , в) 2.4×10^{-3} , г) 3.6×10^{-3} .

где относительный закон трения Ψ_{Σ} определяется из соотношения (3.5). Критическое значение параметра проницаемости b_{cr} определяется с учётом конечных чисел Рейнольдса:

$$b_{cr} = b_{cr0} \Psi_{\rm M}, \quad b_{cr0} = b_{cr\infty} \left[1 + \frac{0.83}{({\rm Re}^{**})^{0.14}} \right], \quad b_{cr\infty} = 4.0.$$
 (3.17)

Значение коэффициента трения в «стандартных» условиях определяется из степенной зависимости:

$$c_{f_0} = B \left(\text{Re}^{**} \right)^{-m}, \quad m = 0.25, \quad B = 0.0256.$$
 (3.18)

Результаты интегрирования системы (3.16–3.18) наряду с данными двумерного моделирования представлены на рис. 3.12. Сплошными линиями показаны результаты двумерного моделирования, штриховыми линии — одномерная оценка на базе уравнений (3.16–3.18). Как видно, предложенный



метод адекватно описывает влияние массового воздействия на процессы трения в сжимаемом течении. Стоит отметить, что, как видно их рисунка, случай $\bar{j}_w = 3.6 \times 10^{-3}$ близок к критическому вдуву.



Рисунок 3.12 — Коэффициент трения по длине проницаемой пластины в сверхзвуковом сопле. Штриховые линии — расчёт по уравнению (3.16); сплошные линии — 2D расчёт

3.3.2 Течение в трубе с проницаемыми стенками

От течения над пластиной перейдём к течению в каналах, т.к. устройства безмашинного разделения представляют собой систему каналов. По аналогии с течением над пластиной рассмотрим последовательно течения несжимаемого и сжимаемого газа.

Течение несжимаемого газа

В работе [122] проведено экспериментальное исследование низкоскоростного течения в цилиндрической трубе (d = 25.65 мм, L = 245.2 мм, L/d = 9.56) с отсосом через проницаемые стенки (см. рис. 3.13). В ходе эксперимента измерялось распределение статического давления вдоль трубы, а так же профиль осевой скорости в сечении x/d = 9.3. Эксперимент проводился при следующих значениях $\bar{j}_w = 0$, 2.69×10^{-3} , 13.50×10^{-3} и 24.20×10^{-3} для двух чисел Рейнольдса на входе $\operatorname{Re}_d = 21710$ и 101160. Отсос осуществлялся по закону $\bar{j}_w = const$.



Рисунок 3.13 — Схема течения в трубе с проницаемыми стенками.

На рис. 3.14 приведено сопоставление экспериментальных и расчётных профилей относительной скорости $\boldsymbol{\omega} = u_x/u_\infty$ при различных уровнях отсоса при числе Рейнольдса $\operatorname{Re}_d = 101160$.

Как видно из сопоставления используемая модель более чем удовлетворительно описывает локальную структуру течения в трубе с отсосом.

На рис. 3.15 показано распределение коэффициента давления

$$C_p = \frac{p - p_0}{\rho u_0^2/2}$$

по длине канала при различных уровнях отсоса при числе Рейнольдса $\operatorname{Re}_d = 21710$. Кроме данных эксперимента (символы), двумерного моделирования



Рисунок 3.14 — Профили скорости при течении в трубе с отсосом. $\operatorname{Re}_d = 101160, \ x/d = 9.3.$ Символы — эксперимент [122], сплошные кривые — расчёт. а — $\overline{j}_w = 0$; б — 2.69 × 10⁻³; в — 13.50 × 10⁻³; г — 24.20 × 10⁻³

(сплошные кривые) на рисунке приведены результаты, полученные при использовании одномерной модели, описанной в п. 3.1 (пунктирные линии). Совпадение стоит признать удовлетворительным.

Течение сжимаемого газа

В работе [12] экспериментально исследовано устройство энергоразделения, состоящее из сверхзвукового профилированного сопла и пористой (проницаемой) цилиндрической трубки (см. рис. 3.16). Пористая трубка была изготовлена из спечёного электрокорунда ($\lambda = 40$ Bt/(м K), открытая пористость 37–38 %, диаметр пор 60–65 мкм, $\rho = 2210$ кг/м³ [47]). Для дальней-



Рисунок 3.15 — Коэффициент давления по длине трубы с отсосом. Re_d = 21710. Символы — эксперимент [122], сплошные кривые — 2D расчёт, пунктирные кривые — 1D расчёт.

шего анализа воспользуемся данными, полученными для сверхзвукового сопла $M_{is} = 1.43, d_{cr} = 3.2$ мм. Длина трубки составляла L = 150 мм, внутренний диаметр $-d_h = 3.5$ мм, наружний $-d_{out} = 10.4$ мм.

Значения пористости ε и диаметр сферических частиц d_p определялись исходя из обработки данных эксперимента [51] (см. рис. 3.17) и составили:

$$\varepsilon \approx 34 \% \qquad d_p = 70 \times 10^{-6} \text{ M.}$$
 (3.19)

Стоит отметить, что поверхность пористой трубки не была гидравлически гладкой, в расчётах величина песочной (эквивалентой) шероховатости была принята $h_s = d_p/2 = 35$ мкм ($\Delta_s = h_s/d_h = 0.01$).

На рис. 3.18 показана расчётная область и схема определения параметров энергоразделения.

На рис. 3.19 показано сопоставление экспериментальных и расчётных данных по длине канала (статическое давление p; среднемассовое число Маха М; относительный массовый поток через стенку \overline{j}_w и температура наружней поверхности стенки T_w) для случая давления в форкамере $P_0^* = 3.98$ атм. Как видно из рисунка, данные расчёта хорошо согласуются с экспериментом. Наличие флуктуаций давлений и температур при $x/d_h < 5$ можно объяснить



Рисунок 3.16 — Схема рабочего участка экспериментальной установки [12]. (а) рабочий участок для исследования параметров потока во внутреннем канале системы сопло-проницаемая трубка. (б) рабочий участкок для исследования энергоразделения; 1 — форкамера, 2 — осесимметричное сверхзвуковое сопло, 3 — проницаемая трубка, 4 — канал для сбора холодного потока, 5 — выходной диффузор, 6 и 7 — горячий и холодный ресиверы, 8 — подвижные датчики температуры и давления торможения, 9 — схема измерения давления торможения внутри канала с проницаемой стенкой, 10 — схема соединения внутреннего канала и сопла.

особенностью геометрии модели, используемой в эксперименте. Натурная модель имела ступенчатый переход от сверхзвукового сопла ($d_{ex} = 3.4$ мм) к проницаемой трубке ($d_h = 3.5$ мм). При сверхзвуковом обтекании обратной ступеньки возникла система скачков уплотнения (см. рис. 3.20). Т.к. проницаемая стенка не моделировалась явно, то в расчёте видны пики значений температур, тогда как в эксперименте влияние скачков уплотнения «сглаживалось»



Рисунок 3.17 — Расходная характеристика цилиндрической пористой стенки. Точки — эксперимент [51], сплошная линия — расчёт по уравнению (3.2)



Рисунок 3.18 — Расчётная область двумерной модели с проницаемыми стенками. 1 — сверхзвуковое сопло, 2 — пористая трубка

теплопроводностью пористой стенки. Пунктирной линией на рис. 3.19 показаны распределения параметров для случая без ступеньки. Как видно, наличие ступеньки влияет на распределение параметров только в начальной области $(x/d_h < 5)$.

На рис. 3.21 приведено радиальное распределение расчётных и измеренных чисел Маха в сечении $x/d_h = 41.4$. Распределение числа Маха вдоль канала с проницаемой стенкой показано на рис. 3.22. Из рис. 3.21 видно, что при низких начальных давлениях торможения ($P_0^* < 5$ атм) течение в сечении $x/d_h = 41.4$ до- или трансзвуковое, тогда как скорость на срезе сопла при этих давлениях сверхзвуковая (см. рис. 3.22). Это обстоятельство требует пояснения.



Рисунок 3.19 — Изменение параметров по длине канала с проницаемыми стенками. $M_{is} = 1.43, P_0^* = 3.98$ атм, $T_0^* = 22.5$ °C

Как видно из рис. 3.19, на протяжении всей длины давление в канале превышает атмосферное и, следовательно, по всей длине канала реализуется отсос газа ($\bar{j}_w < 0$) через боковую поверхность. Комбинация расходного воздействия и трения приводят к тому, что на некоторой длине ($x/d_h \approx 27$) число Маха принимает критическое значение M = 1, а затем число Маха переходит в дозвуковую область течения. Стоит отметить, что переход не сопровождается скачками уплотнения, о чём можно судить по замеренному распределению давления (см. рис. 3.19).

По мере увеличения давления в форкамере, критическое сечение (M = 1) сдвигается к выходному сечению канала (см. рис. 3.22) и, начиная с некоторо-



Рисунок 3.20 — Численное Шлирен-изображение течения в канале с проницаемыми стенками. $M_{is} = 1.43, P_0^* = 3.98$ атм, $T_0^* = 22.5$ °C

го значения $P_0^* > 5$ атм, поток на протяжении всей длины канала остаётся сверхзвуковым.

Рассмотрим возможность бесскачкового торможения сверхзвукового потока при помощи одномерной модели. Уравнение (2.15) для случая течения в канале с проницаемыми стенками, по аналогии с работой [76], можно переписать в виде:

$$\frac{1 - M^2}{M^2} \frac{dM^2}{dx} = G(x), \qquad (3.20)$$

где

$$G(x) = \frac{1 + kM^2}{mC_pT} \frac{dQ_w}{dx} + kM^2 \left(1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right) \frac{4c_f}{d_h} + 2\left(1 + kM^2\right) \left(1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right) \frac{1}{m} \frac{dm}{dx} = G_Q + G_f + G_m.$$
(3.21)

 G_Q, G_f и G_m — элементарные воздействия на поток вызванные теплообменом, трением и вдувом/отсосом, соответственно.

Из уравнения (3.20) видно, что локальное число Маха увеличивается или уменьшается по длине канала в зависимости от режима течения (дозвуковое или сверхзвуковое), а также от того, является ли функция *G* (суммарное воздействие) положительной или отрицательной, согласно табл. 8.



Рисунок 3.21 — Радиальное распределение числа Маха в сечени
и $x/d_h=41.4$ при различных начальных давлениях в форкамере.

Символы — эксперимент [12]; сплошные линии — расчёт 2D. М $_{is}=1.43,$ $T_0^*=22.5~^\circ\mathrm{C}$

Таблица 8 — Соотношение междуG
и $d\mathbf{M}^2/dx$ [76]

	M < 1	M = 1	M > 1
G < 0	—	∞	+
G = 0	0	0/0	0
G > 0	+	∞	_

Следовательно, число Маха по длине канала может изменяться по-разному в зависимости от того, является ли начальное число Маха (M_0 при x = 0) меньше или больше единицы, а также в зависимости от того, всегда ли функция *G* положительна, отрицательна или меняет знак. На рис. 3.23 приведены все возможные варианты.

Как видно из рисунка, для того, чтобы реализовалось торможение сверхзвукового потока до дозвуковых скоростей необходимо, чтобы функция Gменяла своё значение с положительного на отрицательное (см. рис. 3.23д). На рис. 3.24 показано изменение числа Маха и составляющих функции G (3.21) по длине канала при $P_0^* = 3.98$ атм. Для удобства все величины нормированны на



Рисунок 3.22 — Изменение числа Маха по длине канала при различных начальных давления в форкамере. Символы — эксперимент [12]; штриховые линии — расчёт 1D; сплошные линии — расчёт 2D. $M_{is} = 1.43, T_0^* = 22.5$ °C

значение G(0). Из рисунка видно, что основными факторами являются расходное воздействие $G_m < 0$ и воздействие трением $G_f > 0$. В начальном сечении $G_f > |G_m|$ и G > 0. Далее, вниз по потоку количество отсасываемого воздуха уменьшается (см. рис. 3.19) так же уменьшаются G_f и G_m (по абсолютной величине). В сечении $x/d_h \approx 27$ значение функции G = 0 и M = 1. При $x/d_h > 27$ в потоке превалирует расходное воздействие $|G_m| > G_f$ и G < 0. Т.е., при переходе через критическое сечение (M = 1) суммарное воздействие G меняет свой знак с «+» на «-», что согласуется с законом обращения воздействий [75].

Таким образом, проведённый анализ показывает, что возможно бесскачковое торможение сверхзвукового потока в канале постоянного сечения с трением и отсосом через проницаемую стенку. Более того, измеренное распределение статического давления (рис. 3.19) и значение числа Маха при $x/d_h = 41.4$ (рис. 3.21) подтверждают этот вывод.

На рис. 3.25 показано изменение нагрева ΔT_h^* , охлаждения ΔT_c^* потока в зависимости от начального давления в форкамере P_0^* . На рисунке приведены как экспериментальные, так и расчётные данные. Следует отметить, что для одномерной модели использовалось только уравнение состояния совершен-



Рисунок 3.23 — Возможные варианты изменения числа Маха по длине канала [76]

ного газа. Тогда как для 2D модели газ рассматривался и как совершенный (рис. 3.25б), и как реальный (рис. 3.25а). Для расчёта реального газа использовалось уравнение состояния Соаве-Редлиха-Квонга [123]. Далее везде, где не указано иное, использовалось уравнение состояния совершенного газа. Как известно, для совершенного газа эффект Джоуля-Томсона равен нулю. Для сравнения экспериментальных данных и результатов расчётов с использованием модели совершенного газа необходимо учитывать влияние эффекта Джоуля-Томсона на экспериментальные данные. В связи с этим имеющиеся экспериментальные данные были пересчитаны следующим образом (см. рис. 3.25б):

$$\left(\Delta T_{h|c}^*\right)_{corr} = \Delta T_{h|c}^* + \mu_{JT} \left(P_0^* - p_{atm}\right), \qquad (3.22)$$

где $\mu_{JT} = 0.23$ °C/атм — коэффициент Джоуля-Томсона для воздуха.

На рис. 3.26 представлено сравнение экспериментальных и расчётных данных для массовых расходов m_0 и m_w .

128



Рисунок 3.24 — Изменение числа Маха и составляющих функции G по длине канала с проницаемыми стенками. $M_{is} = 1.43, P_0^* = 3.98$ атм, $T_0^* = 22.5$ °C

На основании представленных данных можно сделать вывод, что рассмотренный подход моделирования пористой стенки адекватно описывает процессы трения и теплообмена, а разработанные модели могут быть использованы для дальнейших исследований.



Рисунок 3.25 — Нагрев ΔT_h^* и охлаждение ΔT_c^* потока при течении в канале с проницаемыми стенками. а) реальный газ; символы — эксперимент [12], сплошные кривые — 2D расчёт. б) совершенный газ;

символы — пересчитанные экспериментальные данные по (3.22); пунктирные кривые — 1D расчёт; сплошные кривые — 2D расчёт. $M_{is} = 1.43, T_0^* = 22.5$ °C



Рисунок 3.26 — Значения массовых расходов. m_0 — массовый расход на входе в канал; m_w — массовый расход через проницаемую стенку.

Символы — эксперимент [12], пунктирные кривые — 1D расчёт; сплошные кривые — 2D расчёт. $M_{is} = 1.43, T_0^* = 22.5$ °C

3.4 Параметрические исследования

Как видно из раздела 3.3, результаты, полученные при помощи одномерной модели хорошо согласуются с экспериментальными данными. Однако при изменении рабочих параметров (P_0^* , M_0) в широких диапазонах могут возникать двумерные эффекты: торможение сверхзвукового потока через систему скачков уплотнения, отрыв потока и т.д. В связи с этим для дальнейших исследований была использована двумерная модель.

Рассмотрим влияние основных режимных параметров на величину энергоразделения. Для дальнейших исследований будем использовать три профилированных сопла $M_{is} = 1, 2$ и 3. Контуры сопел получены на основе метода характеристик [124], геометрические параметры приведены на рис. 3.27. Контур сужающейся части сопел определён при помощи кубического уравнения:

$$r = \frac{d_0}{2} - \frac{3}{2} \left(d_0 - d_{cr} \right) \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(d_0 - d_{cr} \right) \left(\frac{x}{L} \right)^3, \tag{3.23}$$

где $d_0 = 14$ мм — диаметр во входном сечении, $d_{cr} = 3.2$ мм — диаметр в критическом сечении и L = 18 мм — длина сужающейся части сопла (см. рис. 3.27).

К соплам примыкают цилиндрические каналы постоянного сечения с проницаемыми стенками длиной $L/d_h = 45$. Внутренняя поверхность каналов рассматривалась как гидравлически гладкая ($h_s = 0$ мкм).



Рисунок 3.27 — Параметры сопел, использованных для исследования. Все размеры даны в миллиметрах

3.4.1 Влияние уровня отсоса и начального числа Маха

Как видно из рис. 3.25, давление торможения в форкамере P_0^* существенно влияет на величину энергоразделения. Увеличение P_0^* приводит к увеличению статического давления p внутри канала и, следовательно, к увеличению j_w (см. уравнение (3.2)). При дальнейших исследованиях были проведены расчёты для нескольких значений давления торможения на входе в сопло, а именно: $P_0^* = 2-100$ атм. Давление окружающей среды (см. рис. 3.18) было равно $p_{amb} = 1$ атм. Массовый поток через стенку определялся по уравнению Дарси-Форхгеймера (3.2) с коэффициентами (3.3), рассчитанными по (3.19). Температура торможения на входе была фиксированной для всех случаев $T_0^* = 15$ °C.

Результаты 2D моделирования показаны на рис. 3.28 в виде разницы между температурами торможения на входе и выходах проницаемой трубки в зависимости от давления торможения на входе P_0^* (рис. 3.28a) и отношения массовых расходов m_w/m_0 (рис. 3.28б) (m_w — массовый расход через проницаемой стенку, m_0 — массовый расход на входе в трубку, см. рис. 3.1).

Левые границы кривых соответствуют минимальному давлению торможения, достаточному для достижения расчётного числа Маха на срезе сопла.



Рисунок 3.28 — Влияние давления торможения в форкамере P_0^* и числа Маха M_{is} на нагрев ΔT_h^* и охлаждение ΔT_c^* потока при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками. $T_0^* = 15$ °C

Как видно на рис. 3.28, можно выделить три характерных участка. Первый участок соответствует минимальному давлению торможения на входе $(P_0^* \rightarrow 1 \text{ атм } u, \text{ следовательно}, m_w/m_0 \rightarrow 0, \text{ см. рис. 3.286}),$ при этих условиях величина энергоразделения стремится к нулю.

Второй участок — область экстремума: максимум ΔT_h^* и, соответственно, минимум ΔT_c^* . Наличие экстремума может быть объяснено следующим образом. По мере увеличения давления в форкамере увеличивается количество отсасываемого воздуха (см. рис. 3.29а), т.е. увеличивается параметр проницаемости $|b_1|$ (3.10) (см. рис. 3.29б). Согласно выражению (3.12) рост параметра проницаемости $|b_1|$ (см. уравнение (3.11)) приводит к росту коэффициента восстановления r (см. рис. 3.2). Следовательно, температура отсасываемого газа T_{aw}^* увеличивается. Кроме того, как видно из рис. 3.29в с ростом давления увеличивается среднемассовое число Маха в канале. Следовательно, температура отсасываемого газа T_{aw}^* уменьшается. Таким образом существуют два противоборствующих фактора, влияющих на значение адиабатной температуры стенки T_{aw}^* (1.7), которое, по сути, и определяет величину энергоразделения.

Следует отметить, что существуют значения P_0^* , достаточные для достижения расчётного числа Маха на выходе из сопла, но недостаточные для реализации отсоса по всей длине канала. На рис. 3.29г показано распределение адиабатной температуры стенки вдоль канала. Температура на участке канала со вдувом показана пунктирной линией ($P_0^* = 25$ атм).

И, наконец, третий участок соответствует максимуму давления торможения на входе (максимальное значение массового потока через проницаемую стенку). В этом случае давление торможения на входе P_0^* настолько велико, что приводит к асимптотическому отсосу ($|b_1| \rightarrow 1$ и $r \rightarrow 1$), а величина энергоразделения стремится к нулю ($T_{aw}^* \rightarrow T_0^*$). Как показано на рис. 3.296, г асимптотический отсос реализуется на входе в канал и распространяется вниз по потоку с ростом P_0^* .

На рис. 3.30 показаны радиальные распределения осевой скорости (а) и температуры торможения (б) для случая $M_{is} = 3$ при различных уровнях давления торможения в форкамере. Как видно из рисунка, по мере увеличения P_0^* толщина пограничного слоя уменьшается, т.к. увеличивается уровень отсоса (см. рис. 3.29а). Кроме того, с увеличением P_0^* профили температуры торможения существенно изменяются. Детальный анализ профилей температуры торможения при течении с отсосом приведён в п. 3.4.5.



Рисунок 3.29 — Влияние давления торможения в форкамере P_0^* на основные параметры при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками $M_{is} = 3$, $T_0^* = 15$ °C

3.4.2 Влияние числа Прандтля

Как было отмечено выше (см. п. 1.4.1) коэффициент восстановления существенно зависит от молекулярного числа Прандтля (см. рис. 1.7). В связи с этим представляет интерес использование в качестве рабочего тела смесей инертных газов, имеющий низкое значение молекулярного числа Прандтля (см. рис. В.1).

На рис. 3.31 приведены результаты расчётов для профилированного сопла $M_{is} = 3$, $L/d_h = 10$. Расчёты выполнены для двух видов рабочего тела: воздух ($\Pr = 0.71$) и водородо-ксеноновая смесь ($\Pr = 0.18$). Как видно из рисунка, применение H_2 -Хе смеси, в данном случае, увеличивает величину энергоразделения ΔT_c^* более чем в два раза.

134







Рисунок 3.31 — Влияние вида рабочего тела на нагрев ΔT_h^* и охлаждение ΔT_c^* потока при течении в канале с проницаемыми стенками. $M_{is} = 3$, $L/d_h = 10$, $T_0^* = 15$ °C

3.4.3 Влияние длины канала с проницаемыми стенками

Рассмотрим влияние длины проницаемой трубки на энергоразделение. На рис. 3.32 показаны результаты двухмерных расчётов для трёх длин проницаемой трубки $L/d_h = 10$, 20 и 45 для сверхзвукового сопла $M_{is} = 3$. Как видно, максимальное охлаждение потока ΔT_c^* наблюдается при наименьшей длине проницаемой трубки при одном и том же входном давлении. Однако доля охлаждённого потока m_w/m_0 минимальна. По мере увеличения длины трубки эффект охлаждения уменьшается, но доля охлаждённого потока увеличивается. В качестве примера на рис. 3.32 показано соответствие между давлением торможения на входе $P_0^* = 35$ атм и долей охлаждённого потока m_w/m_0 (отмечены кружками) для трубок разной длины.



Рисунок 3.32 — Влияние давления торможения в форкамере P_0^* и длины канала L/d_h на нагрев ΔT_h^* и охлаждение ΔT_c^* потока при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками. $M_{is} = 3, T_0^* = 15$ °C.

3.4.4 Влияние закона расходного воздействия

Варьирование P_0^* в широких пределах может привести к нерасчётному режиму истечения из сопла, поэтому рассмотрим отсос по закону $\overline{j}_w^0 = const$:

$$\overline{j}_{w}^{0} = \frac{(\rho u)_{w}}{(\rho u)_{\infty}|_{x=0}}.$$
(3.24)

В расчётах будем варьировать величину \overline{j}_w^0 , а питающее давление торможения P_0^* подбирать таким образом, чтобы статическое давление на выходе из трубки равнялось $p_{amb} \approx 1$ атм при $(\overline{j}_w^0)_{max} = -6 \times 10^{-3}$. Результирующие граничные условия для всех рассматриваемых сопел при $L/d_h = 10$ приведены в табл. 9.

Таблица 9 — Граничные условия для различных сопел при $\overline{j}_w^0 = const$, $L/d_h = 10$

M_{is}	P_0^*	T_0^*
	атм	°C
1	4.5	
2	12.0	15
3	51.0	

На рис. 3.33 показаны результаты расчётов для различных сопел и различного уровня отсоса $\vec{j}_w^0 = -0.01 \dots -6.00 \times 10^{-3}$. Отсос газа от сверхзвукового потока помимо возрастания числа Маха (см. табл. 1), вызывает рост коэффициента трения (см. (3.5) и рис. 3.8). Для того, чтобы учесть этот факт, результаты показаны в зависимости от параметра проницаемости b_1 (3.10).



Рисунок 3.33 — Влияние уровня отсоса \overline{j}_w^0 и начального числа Маха М_{is} на нагрев ΔT_h^* и охлаждение ΔT_c^* потока при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками. $L/d_h = 10, T_0^* = 15$ °C

Как видно из рис. 3.33 с ростом начального числа Маха асимптотический отсос ($|b_1| \approx 1$) наступает при более низких значениях $|\vec{j}_w^0|$. На рис. 3.34 показано изменение основных параметров течения для случая $M_{is} = 3$, $L/d_h = 10$. Интересно отметить тот факт, что при определённых значениях \vec{j}_w^0 асимптотический отсос реализуется в выходном сечении канала и распространяет вверх по потоку при увеличении уровня отсоса $|\vec{j}_w^0|$ (см. рис. 3.34г).

На рис. 3.35 показано изменение числа Рейнольдса Re^{**} (3.25) по длине канала с проницаемыми стенками при $M_{is} = 3$, $L/d_h = 10$.

$$\operatorname{Re}^{**} = \frac{(\rho u)_{\infty} \,\delta^{**}}{\mu_w}, \quad \delta^{**} = \int_0^\delta \frac{\rho u}{(\rho u)_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) \left(1 - \frac{y}{d_h/2}\right) dy \tag{3.25}$$

Пики в распределении числа Рейнольдса Re^{**} на рис. 3.35 объясняются неравномерным полем плотности (см. рис. 3.36), вызванным наличием скачков



Рисунок 3.34 — Влияние уровня отсоса \vec{j}_w^0 на основные параметры при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками $M_{is} = 3$, $L/d_h = 10$, $T_0^* = 15$ °C

уплотнения малой интенсивности. Угол наклона скачка соответствует углу Маха (углу распространения слабых возмущений):

$$\sin \alpha_{\rm M} = \frac{1}{\rm M}, \quad \alpha_{\rm M} = \arcsin \frac{1}{\rm M} = \arcsin \frac{1}{2.86} \approx 20.5^{\circ}.$$
 (3.26)

Причинами возникновения скачков уплотнения являются переход от расширяющейся части сопла к цилиндрическому каналу, а также начало отсоса при $x/d_h = 0$ (см. рис. 3.36).

Как видно из рис. 3.35 при небольших уровнях отсоса $\bar{j}_w^0 > -2 \times 10^{-3}$ толщина потери импульса (или Re^{**}) возрастает вниз по течению, это связано с преобладанием процесса уменьшения импульса за счёт поверхностного трения над процессом его возрастания за счёт оттока массы. При $\bar{j}_w^0 \approx -2 \times 10^{-3}$ эти два процесса уравновешивают друг друга и Re^{**} $\approx const$, т.е. наступает режим асимптотического отсоса. При $\bar{j}_w^0 < -2 \times 10^{-3}$ уменьшение толщины потери импульса вследствие отсоса превалирует и Re^{**} уменьшается вниз по потоку,

139

вплоть до значений, характерных для ламинарного течения. Т.е. приходит реламиниризация пограничного слоя.



Рисунок 3.35 — Влияние уровня отсоса \overline{j}_w^0 на распределение числа Рейнольдса Re^{**} по длине при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками $M_{is} = 3, L/d_h = 10, T_0^* = 15$ °C



Рисунок 3.36 — Численное Шлирен-изображение течения потока в канале с проницаемыми стенками при $\vec{j}_w^0 = -5 \times 10^{-3}$. М_{is} = 3

Впервые эффект реламиниризации при отсосе отмечен в работе [125]. Действительно, при определённом уровне отсоса происходит перестройка турбулентного профиля скорости к ламинарному асимптотическому распределению [126]:

$$\boldsymbol{\omega} = 1 - \exp\left(\frac{j_w y}{\mu}\right). \tag{3.27}$$

На рис. 3.37 показаны профили безразмерной скорости (рис. 3.37а) и степени турбулентности (рис. 3.37б), которая, в рамках используемых моделей, опре-

деляется как

$$I = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{u_{\infty}} \tag{3.28}$$

по толщине пограничного слоя y^+

$$y^{+} = \frac{\rho u_{\tau} y}{\mu}, \quad u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_{w}}{\rho}}.$$
(3.29)

Пунктирной линией на рисунок нанесена зависимость (3.27). Как видно из рисунка, при увеличении уровня отсоса \overline{j}_w^0 распределение скорости стремится к ламинарному асимптотическому распределению (3.27), а кроме того, пиковое значение в распределении степени турбулентности *I* снижается. Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о снижении степени турбулентности с ростом интенсивности отсоса, т.е. о ламиниризирующем действии отсоса на внешнее течение. Настоящий результат подтверждается как экспериментальными [127; 128], так и численными [52; 129] результатами других авторов.



Рисунок 3.37 — Профили скорости (а) и степени турбулентности (б) при течении в канале с проницаемыми стенками в сечении $x/d_h = 9$. М_{is} = 3. $L/d_h = 10$

3.4.5 Профили температуры торможения при течении с отсосом

Интересно рассмотреть изменение профилей температуры торможения в канале при различных уровнях отсоса. На рис. 3.38 показаны безразмерные профили термодинамической температуры θ и температуры торможения θ^* (1.8) в сечении $x/d_h = 9$ для течения в канале с проницаемыми стенками при $M_{is} = 3$ и $L/d_h = 10$ в зависимости от безразмерного расстояния от стенки y^+ (3.29). Сплошными линиями показаны результаты для воздуха, пунктирными — для водородо-ксеноновой смеси. Как видно из рисунка, по мере увеличения уровня отсосса \vec{j}_w^0 значение θ^* на стенке (коэффициент восстановления) приближается к единице, а на небольшом расстоянии от стенки образуется пик температуры, увеличивающийся с ростом \vec{j}_w^0 .



Рисунок 3.38 — Влияние вида рабочего тела и уровня отсоса на профили термодинамической температуры (а) и температуры торможения (б) при течении в канале с проницаемыми стенками в сечении $x/d_h = 9$. М_{is} = 3. $L/d_h = 10$

Для анализа этого явления удобно воспользоваться автомодельными решениями для ламинарного пограничного слоя. В результате применения преобразования Дородницына-Лиза

$$\eta = \frac{u_{\infty}}{\sqrt{2\xi}} \int_0^y \rho dy, \quad \xi = \int_0^x \mu_{\infty} \rho_{\infty} u_{\infty} dx \tag{3.30}$$

к уравнениям ламинарного пограничного слоя автомодельные уравнения однокомпонентного неизотермического пограничного слоя примут вид [126]

$$(Cf'')' + ff'' = 0, (3.31)$$

$$\left(\frac{C}{\Pr}g'\right)' + fg' + E\left[2C\left(1 - \frac{1}{\Pr}\right)f'f''\right]' = 0.$$
(3.32)

Здесь

$$C = \frac{\rho\mu}{\rho_{\infty}\mu_{\infty}}, \ f' = \frac{u_x}{u_{\infty}}, \ g = \frac{h^*}{h_{\infty}^*}, \ E = \frac{u_{\infty}^2}{2h_{\infty}^*} = \frac{(k-1)M^2}{2+(k-1)M^2}.$$

Граничными условиями для системы уравнений (3.31) и (3.32) будут

$$f(0) = f_w, \ f_w = -2\overline{j}_w \sqrt{\text{Re}_x}, \ \overline{j}_w = \frac{a}{\sqrt{x}}, \ f'(0) = 0, \ f'(\infty) = 1;$$

$$g'(0) = 0, \ g(\infty) = 1.$$
(3.33)

Если принять $\rho\mu$ = *const* (C = 1), то уравнения (3.31) и (3.32) упрощаются

$$f''' + f f'' = 0, (3.34)$$

$$g'' + \Pr f g' + 2E \left(\Pr - 1\right) \left(f' f''\right)' = 0.$$
(3.35)

Результаты численного интегрирования уравнений (3.34) и (3.35) с граничными условиями (3.33) для следующих параметров

$$k = 1.67, \quad Pr = 0.2, \quad M = 3.0$$

показаны на рис. 3.39. Для удобства сравнения профили температур (энтальпий) торможения представлены в виде:

$$\theta^* = \frac{T^* - T_\infty}{T_\infty^* - T_\infty} = 1 + \frac{g - 1}{E}.$$

Как видно, безразмерные профили температур торможения на рис. 3.38 и 3.39 подобны. Характер изменения температуры торможения (см. рис. 1.6) обусловлен балансом тепла, выделенного при трении о твёрдую поверхность и количеством тепла, отведённого посредством механизма



Рисунок 3.39 — Профили скорости (a) и температуры торможения (б) в ламинарном пограничном слое при различных уровнях отсоса. $M_{is} = 3$. Pr = 0.2

теплопроводности. Именно поэтому при меньших значениях молекулярного числа Прандтля Pr пик температуры торможения выше (см. рис. 3.38б). При увеличении уровня отсоса \overline{j}_w коэффициент трения возрастает (см. (3.5) и рис. 3.8), а следовательно, возрастает количество тепла, выделенное за счёт трения. Это приводит к росту значения температуры торможения. С другой стороны, теплопроводность газа остаётся той же самой и, следовательно, большее количество тепла отводится на меньшее расстояние от стенки, что и иллюстрирует рис. 3.39.

3.4.6 Эффективность энергоразделения при течении в канале с проницаемыми стенками

Будем оценивать эффективность энергоразделения по аналоги с п. 2.5, однако поскольку истечение происходит в атмосферу, то коэффициент темпе-

144
ратурной эффективности η_T будем определять по (2.32), а адиабатный КПД η — по (2.33).

На рис. 3.40 показано изменение показателей эффективности энергоразделения при течении воздуха в канале длиной $L/d_h = 45$ в зависимости от соотношения расходов $\mu_c = m_w/m_0$ и для различных начальных чисел Маха. Как видно из рисунка, при возрастании начального числа Маха эффективность энергоразделения возрастает.

При уменьшении длины пористой трубки, как было показано ранее (см. рис. 3.32), возрастает степень охлаждения потока ΔT_c^* , а кроме того, как и следовало ожидать, уменьшаются потери давления торможения, что приводит к росту показателей эффективности (см. рис. 3.41).



Рисунок 3.40 — Эффективность энергоразделения при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками в зависимости от соотношения расходов и для различных чисел Маха. $L/d_h = 45$; $T_0^* = 25$ °C

Переход на смеси с низким молекулярным числом Прандтля практически не снижает потери давления торможения, но существенно увеличивает степень охлаждения потока (см. рис. 3.31), это приводит к росту коэффициента температурной эффективности η_T (см. рис. 3.42).



Рисунок 3.41 — Эффективность энергоразделения при течении воздуха в канале с проницаемыми стенками в зависимости от соотношения расходов и для различных длин канала. $M_{is} = 3.0; T_0^* = 25$ °C



Рисунок 3.42 — Эффективность энергоразделения при течении в канале с проницаемыми стенками в зависимости от соотношения расходов и для различных чисел Прандтля. $M_{is} = 3.0; L/d_h = 10 T_0^* = 25$ °C

3.5 Выводы

Рассмотрены две математические модели течения в канале с проницаемыми стенками. Проведена валидация моделей.

Показана, проанализирована и теоретически обоснована возможность бесскачкового торможения сверхзвукового потока в канале постоянного сечения при отсосе газа через стенки канала.

Показано, что величина энергоразделения в канале с проницаемыми стенками зависит от начального числа Маха, начального давления торможения и числа Прандтля. При изменении н ачального числа Маха с $M_{is} = 1$ на $M_{is} = 3$ охлаждение воздушного потока увеличивается с 5 до 15 °C. При изменении числа Прандтля с Pr = 0.71 на Pr = 0.18, охлаждение потока увеличивается более чем в два раза с 20 до 45 °C.

Показано наличие экстремума температур для охлаждаемого и нагретого потоков в зависимости от начального давления торможения (для канала с заданной геометрией и пористостью).

Проведено исследование газодинамики и теплообмена при различных уровнях отсоса.

Показано влияние уровня отсоса на распределение температуры торможения в пограничном слое: величина максимума температуры торможения существенно увеличивается по сравнению с непроницаемой стенкой и смещается по направлению к стенке с увеличением уровня отсоса.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

- 1. Проведён обзор методов безмашинного энергоразделения.
- 2. Подробно рассмотрено газодинамическое устройство энергоразделения. Построены математические модели устройства (1D и 2D). Проведена валидация моделей.
- Численное моделирование позволило определить влияние массового расхода в дозвуковом канале устройства газодинамического энергоразделения на величину энергоразделения. Показано наличие максимума охлаждения при малых расходах при противопоточной схеме организации течения.
- 4. Показано влияние схемы течения на величину энергоразделения:
 - а) при разгоне потока в канале со сверхзвуковой скоростью:
 - для $m_1/m_2 < 0.2 (m_2$ массовый расход в канале со сверхзвуковой скоростью) прямоточная схема течения демонстрирует преимущество в охлаждении дозвукового потока ($\Delta T_c^* = -21$ °C при $m_1/m_2 = 0.01$) до 15 % по сравнению с противоточной схемой течения ($\Delta T_c^* = -18$ °C); – для $m_1/m_2 > 0.2$ схема течения не влияет на величину
 - энергоразделения
 - б) при течении в канале, реализующем постоянное число Maxa cxeма течения не влияет на величину энергоразделения в диапазоне рассмотренных параметров.
- 5. Даны рекомендации по выбору оптимальной проточной части устройства газодинамического энергоразделения. Вне зависимости от основного назначения устройства, рекомендуется использовать сверхзвуковой канал постоянного числа Маха. Уровень числа Маха и соотношение расходов через до- и сверхзвуковой каналы будет определять количество переданного тепла и меру нагрева/охлаждения потоков.
- Проведён анализ влияния отвода тепла на изменение давления торможения в высокоскоростном потоке. Рассмотрены различные способы охлаждения потока и возможность их использования для повышения давления торможения.

- 7. На базе одномерной модели устройства испарительного охлаждения (аэротермопрессора) показано, что при впрыске капель воды в высокоскоростной (начальное число Маха М₀ ≈ 1.5) высокотемпературный (T^{*}₀ = 727 °C) поток газа возможно достичь степени повышения давления торможения ≈ 1.25 при скорости впрыскиваемых капель равной скорости основного потока.
- 8. Рассмотрено устройство энергоразделения с проницаемой стенкой. Построены математические модели устройства (1D и 2D). Проведена валидация моделей.
- 9. Показана, проанализирована и теоретически обоснована возможность бесскачкового торможения сверхзвукового потока в канале постоянного сечения при отсосе газа через стенки канала.
- 10. Показано наличие экстремума температур для охлаждаемого и нагретого потоков в зависимости от начального давления торможения (для канала с заданной геометрией и пористостью).
- 11. Показано, что эффект энергоразделения в канале с проницаемыми стенками зависит от начального числа Маха, начального давления торможения и числа Прандтля. При изменении начального числа Маха с $M_{is} = 1$ на $M_{is} = 3$ охлаждение воздушного потока увеличивается с $|\Delta T_c^*| = 5$ °C до $|\Delta T_c^*| = 15$ °C. При изменении числа Прандтля с Pr = 0.7 на Pr = 0.2, охлаждение потока увеличивается более чем в два раза с $|\Delta T_c^*| = 20$ °C до $|\Delta T_c^*| = 45$ °C.
- 12. Показано влияние уровня отсоса на распределение температуры торможения в пограничном слое: величина максимума температуры торможения существенно увеличивается по сравнению с непроницаемой стенкой и смещается по направлению к стенке с увеличением уровня отсоса.

Список литературы

- Пиралишвили Ш. А. Вихревой эффект. Т. 1: Физическое явление, эксперимент, теоретическое моделирование. М.: Научтехлитиздат, 2013. 343 с.
- Goldstein R. J., Behbahani A. I., Heppelmann K. K. Streamwise distribution of the recovery factor and the local heat transfer coefficient to an impinging circular air jet // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1986. — Vol. 29, no. 8. — Pp. 1227 – 1235.
- Raman Ganesh, Srinivasan K. The powered resonance tube: From Hartmann's discovery to current active flow control applications // Progress in Aerospace Sciences. 2009. Vol. 45, no. 4. Pp. 97-123.
- Емин О. Н., Зарицкий С. П., Моравский А. В. Экспериментальное исследование работы эжектора с отрицательным коэффициентом эжекции // Теплоэнергетика. — 1972. — № 10. — С. 51–53.
- Pohlhausen E. Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner reibung und kleiner Wärmeleitung // ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. — 1921. — Vol. 1, no. 2. — Pp. 115–121.
- Leont'ev A. I. Temperature stratification of supersonic gas flow // Doklady Physics. - 1997. - Vol. 42, no. 6. - Pp. 309-311.
- Здитовец А. Г., Виноградов Ю. А., Стронгин М. М. Экспериментальное исследование температурной стратификации воздушного потока, протекающего через сверхзвуковой канал, с центральным телом в виде пористой проницаемой трубки // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2013. — № 5. — С. 134–145.
- 8. *Бурцев С. А.* Исследование температурного разделения в потоках сжимаемого газа: дис. ... канд тех. наук : 01.04.14. — Москва, 2001. — 124 с.

- Макаров М. С. Газодинамическая температурная стратификация в сверхзвуковых потоках: дис. ... канд физ.-мат. наук : 01.04.14. — Новосибирск, 2007. — 154 с.
- Макарова М. С. Численное исследование тепловых и динамических процессов в элементах устройств энергоразделения газов: дис. ... канд. техн. наук: 01.04.14. — М., 2014. — 121 с.
- Безмашинное энергоразделение газовых потоков / А. И. Леонтьев,
 А. Г. Здитовец, Ю. А. Виноградов и др. ООО Издательство «КУРС» Москва, 2016. — 112 с.
- Experimental investigation of energy (temperature) separation of a high-velocity air flow in a cylindrical channel with a permeable wall / A. I. Leontiev, A. G. Zditovets, N. A. Kiselev et al. // Experimental Thermal and Fluid Science. - 2019. - Vol. 105. - Pp. 206-215.
- Ranque G. J. Experiences sur la detente giratoire avec productions simultanees d'un echappement d'air chand et d'un echappemen d'air froid // Journal de physique et le radium. - 1933. - no. 4(7). - Pp. 112-114.
- Eckert E., Weise W. Messungen der Temperaturverteilung auf der Oberfläche schnell angeströmter unbeheizter Körper // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens. - 1942. - Vol. 13. - Pp. 246-254.
- Sprenger H. S. Über thermische effekte bei reseonanzrohren // Mitteilungen aus dem Institut f
 ür Aerodynamik ETH. – 1954. – Vol. 21. – Pp. 18–35.
- 16. *Леонтьев А. И.* Газодинамические методы температурной стратификации (обзор) // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 4. С. 6–26.
- 17. Бурцев С.А. Исследование путей повышения эффективности газодинамического энергоразделения // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, № 1. — С. 14–21.
- Eckert E. R. G. Cross transport of energy in fluid streams // Wärme- und Stoffübertragung. - 1987. - no. 21. - Pp. 73-81.

- Hilsch R. The Use of the Expansion of Gases in a Centrifugal Field as Cooling Process // Review of Scientific Instruments. — 1947. — Vol. 18, no. 2. — Pp. 108–113.
- 20. Xue Yunpeng, Arjomandi Maziar, Kelso Richard. A critical review of temperature separation in a vortex tube // Experimental Thermal and Fluid Science. - 2010. - Vol. 34, no. 8. - Pp. 1367 - 1374.
- 21. Fulton C. D. Ranque's Tube // Refrigerating Engineering. 1950. Vol. 5.
 Pp. 473-479.
- 22. An investigation of energy separation in a vortex tube / K. Stephan, S. Lin,
 M. Durst et al. // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1983.
 Vol. 26, no. 3. Pp. 341 348.
- Sarohia V., Back L. H. Experimental investigation of flow and heating in a resonance tube // Journal of Fluid Mechanics. 1979. Vol. 94, no. 4. P. 649–672.
- 24. Елисеев Ю. Б., Черкез Л. Я. Об эффекте повышения температуры торможения при обтекании газом глубоких полостей // Изв. АН СССР. МЖГ. - 1971. - № 3. - С. 8-18.
- 25. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
- 26. Ackermann G. Plattenthermometer in Strömung mit großer Geschwindigkeit und turbulenter Grenzschicht // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. - 1942. - Nov. - Vol. 13, no. 6. - Pp. 226-234.
- 27. Измерение равновесной температуры стенки сверхзвукового сопла при течении смеси газов с низким значением числа Прандтля / Ю. А. Виноградов, И. К. Ермолаев, А. Г. Здитовец, А. И. Леонтьев // Известия Российской академии наук. Энергетика. — 2005. — № 4. — С. 128–133.
- Rudy David H., Weinstein Leonard M. Investigation of turbulent recovery factor in hypersonic helium flow // AIAA Journal. 1970. Vol. 8, no. 12. Pp. 2286-2287.

- 29. Вигдорович И. И., Леонтьев А. И. К теории энергоразделения потока сжимаемого газа // Известия Российской академии наук. Механика жид-кости и газа. 2010. № 3. С. 103–109.
- Вигдорович И. И., Леонтьев А.И. Энергоразделение газов с малыми и большими числами Прандтля // Изв. РАН. МЖГ. — 2013. — № 6. — С. 117–134.
- 31. Макаров М.С., Макарова С.Н. Эффективность энергоразделения при течении сжимаемого газа в плоском канале // Теплофизика и аэромеханика.
 2013. Т. 20, № 6. С. 777–787.
- 32. Тепловые процессы в потоках газовых смесей с малым числом Прандтля /
 В.Е. Накоряков, М.С. Макаров, Ю.И. Петухов и др. Новосибирск: Академиздат, 2015. — 283 с.
- 33. Makarov M.S., Makarova S.N., Shibaev A.A. The numerical study of energy separation in a two-cascade Leontiev tube // Journal of Physics: Conference Series. - 2016. - Oct. - Vol. 754. - P. 062010.
- 34. Макаров М. С., Макарова С. Н., Наумкин В. С. Газодинамическое энергоразделение в двух- и трехкаскадных трубах Леонтьева с изолирующей вставкой // 7-я Российская национальная конференция по теплообмену. РНКТ-7. — Т. 1. — Москва: Издат. дом МЭИ, 2018. — С. 205–209.
- Makarov M. S., Makarova S. N., Naumkin V. S. Energy separation efficiency of air and helium-xenon mixture flowing in the single Leontiev tube with finned wall // Journal of Physics: Conference Series. — 2018. — Nov. — Vol. 1128. — P. 012018.
- 36. Makarov M S, Makarova S N. The influence of the supersonic nozzle length on the efficiency of energy separation of low-Prandtl gas flowing in the finned single Leontiev tube // Journal of Physics: Conference Series. - 2020. - dec. - Vol. 1675. - P. 012011.
- 37. Makarov M. S., Makarova S. N. Entropy change in a single Leontiev tube during energy separation of low-Prandtl gas mixture. - 2021. - oct. - Vol. 2057, no. 1. - P. 012029.

- Leont'ev A. I., Lushchik V. G., Yakubenko A. E. Injection/Suction Effect on Energy Separation of Compressible Flows // Fluid Dynamics. — 2011. — Vol. 46, no. 6. — Pp. 935–941.
- 39. Леонтьев А. И., Осипцов А. Н., Рыбдылова О. Д. Пограничный слой на плоской пластине в сверхзвуковом газкапельном потоке. Влияние испаряющихся капель на температуру адиабатической стенки // Теплофизика высоких температур. 2015. № 6. С. 910–917.
- 40. Азанов Г. М., Осипцов А. Н. Влияние мелких испаряющихся капель на температуру адиабатической стенки в сжимаемом двухфазном пограничном слое // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2016. № 4. С. 62–71.
- 41. Голубкина И. В., Осипцов А. Н. Влияние примеси неиспаряющихся капель на структуру течения и температуру адиабатической стенки в сжимаемом двухфазном пограничном слое // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2019. — № 3. — С. 58–69.
- 42. Леонтьев А. И., Бурцев С. А. Устройство вихревого газодинамического энергоразделения // Доклады Академии наук. 2015. Т. 464, № 6. С. 679–681.
- 43. Цынаева А. А., Цынаева Е. А., Никитин М. Н. Интенсификация теплообмена в энергетических устройствах на основе газодинамической температурной стратификации с помощью тепловых труб // Промышленная энергетика. — 2014. — № 12. — С. 36–39.
- 44. Использование метода сверхзвукового безмашинного энергоразделения при редуцировании давления природного газа / С. С. Попович, А. Г. Здитовец, Н. А. Киселёв, М. С. Макарова // Тепловые процессы в технике. — 2019. — Т. 11, № 91. — С. 2–15.
- 45. Экспериментальное исследование газодинамической температурной стратификации природного газа / А.И. Леонтьев, С.А. Бурцев, Я.М. Визель, Чижиков Ю.В. // Газовая промышленность. — 2002. — № 11. — С. 72–75.

- 46. Здитовец А. Г., Титов А. А. Экспериментальное исследование газодинамического метода безмашинного энергоразделения воздушных потоков // Тепловые процессы в технике. — 2013. — № 9. — С. 391–397.
- 47. Vinogradov Yu A., Zditovets A. G., Strongin M. M. Experimental investigation of the temperature stratification of an air flow through a supersonic channel with a central body in the form of a porous permeable tube // Fluid Dynamics. 2013. Vol. 48, no. 5. Pp. 687-696.
- 48. Здитовец А. Г., Виноградов Ю. А., Стронгин М. М. Экспериментальное исследование безмашинного энергоразделения воздушных потоков в трубе Леонтьева // Тепловые процессы в технике. 2015. № 9. С. 397–404.
- 49. Influence of the parameters of supersonic flow on effectiveness of gazdynamic method of temperature separation / A. G. Zditovets, Yu A. Vinogradov, M. M. Strongin, N. A. Kiselev // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 891, no. 012079. Pp. 1–7.
- 50. Experimental investigation of the machine-free method of temperature separation of air flows based on the energy separation effect in a compressible boundary layer / A.I. Leontiev, A.G. Zditovets, Y.A. Vinogradov et al. // *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2017. no. 88. Pp. 202-219.
- 51. Experimental study of the temperature separation of the air flow in a cylindrical channel with permeable walls / A. G. Zditovets, A. I. Leontiev, N. A. Kiselev et al. // Proceedings of the 16th International Heat Transfer Conference, IHTC-16, Beijing, China. No. IHTC16-21878. 2018.
- Leontiev A. I., Lushchik V. G., Yakubenko A. E. A heat-insulated permeable wall with suction in a compressible gas flow // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 2009. - Vol. 52, no. 17-18. - Pp. 4001-4007.
- 53. Леонтьев А. И., Лущик В. Г., Макарова М. С. Температурная стратификация при отсосе пограничного слоя из сверхзвукового потока // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 6. — С. 793–798.
- 54. Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах / О. В. Гуськов, В. И. Копченов, И. И. Липатов и др. М.: Физматлит, 2008. 168 с.

- 55. Хазов Д. Е. Численное исследование безмашинного энергоразделения воздушного потока // Тепловые процессы в технике. — 2018. — Т. 10, № 1-2. — С. 25–36.
- 56. Основы газовой динамики / Под ред. Г. Эммонс. М.: Иностранной литературы, 1963. — 698 с.
- Gesellschaft VDI. VDI Heat Atlas. VDI-Buch. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- 58. *Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И.* Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 320 с.
- 59. Теория тепломассообмена / С.И. Исаев, И.Ф. Кожинов, В.И. Кофанов и др.; Под ред. А. И. Леонтьев. М.: Высш. школа, 1979. 495 с.
- 60. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоаомиздат, 1984. 149 с.
- 61. Launder B. E., Spalding D. B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence.
 London, England: Academic Press, 1972. 169 pp.
- 62. A new k-ε eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows / Tsan-Hsing Shih, William W. Liou, Aamir Shabbir et al. // Computers & Fluids. - 1995. - Vol. 24, no. 3. - Pp. 227 - 238.
- 63. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, 2006.
- Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. — 1994. — Vol. 32, no. 8. — Pp. 1598–1605.
- 65. Kays W.M., Crawford M.E. Convective heat and mass transfer. McGraw-Hill Series in Management. McGraw-Hill Ryerson, Limited, 1980.
- 66. Kays W. M. Turbulent Prandtl number where are we? // J. Heat Transfer.
 1994. no. 116 (2). Pp. 284–295.
- Oberkampf W. L., Roy C. J. Verification and Validation in Scientific Computing. — Cambridge University Press, 2010.

- 68. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры. Физико-математическая литература, 2005. 320 с.
- 69. Здитовец А. Г., Виноградов Ю. А., Стронгин М. М. Экспериментальное исследование безмашинного энергоразделения воздушных потоков в трубе Леонтьева // Тепловые процессы в технике. — 2015. — № 9. — С. 397–404.
- Meier H., Rotta J. Experimental and theoretical investigations of temperature distributions in supersonic boundary layers // 3rd Fluid and Plasma Dynamics Conference. — AIAA 1970-744. 1970. — June.
- 71. Giacobbe F. W. Estimation of Prandtl numbers in binary mixtures of helium and other noble gases // The Journal of the Acoustical Society of America. 1994. Vol. 96, no. 6. Pp. 3568–3580.
- 72. Tournier Jean-Michel P., El-Genk Mohamed S. Properties of noble gases and binary mixtures for closed Brayton Cycle applications // Energy Conversion and Management. - 2008. - Vol. 49, no. 3. - Pp. 469-492. - Space Nuclear Power and Propulsion.
- 73. Khazov D. E. On the question of gas-dynamic temperature stratification device optimization // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 891, no. 1. P. 012078.
- 74. Вихревые аппараты / А. Д. Суслов, С. В. Иванов, А. В. Мурашкин, Ю. В. Чижиков. — Москва: Машиностроение, 1985. — 256 с.
- 75. Вулис Л.А. Термодинамика газовых потоков. М., Л.: Госэнергоиздат, 1950. — 304 с.
- 76. Shapiro A. H. The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow.
 The Ronald Press Company, 1953. Vol. 1. 647 pp.
- 77. Сергель О.С. Прикладная гидрогазодинамика: Учебник для авиационных вузов. М.: Машиностроение, 1981. 374 с.
- 78. Seiff A. Examination of the existing data of the heat transfer of turbulent boundary layers at supersonic speeds from the point of view of Reynolds analogy. – NACA, TN-3284, 1954. – 38 pp.

- 79. Aubrey M. Cary Jr. Summary of available information on Reynolds analogy for zero-pressure-gradient, compressible, turbulent-boundary-layer flow. – NASA, TN D-5560, 1970. – 17 pp.
- 80. Репик Е.У., Соседко Ю.П. Турбулентный пограничный слой. Методика и результаты экспериментальных исследований. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 312 с.
- Dyban E.P., Epik E.J. Heat transfer in boundary layer in a turbulent air flow // Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf. — Vol. 2. — Toronto, Canada: 1978. — Pp. 507–512.
- Kestin J. The effect of free-stream turbulence on heat transfer rates // Advances in Heat Transfer. - 1966. - Vol. 3, no. 1. - Pp. 1-32.
- Blair M.F. Influence of free-stream turbulence on turbulent boundary layer heat transfer and mean profile development // ASME J. Heat Transfer. – 1983. – Vol. 105, no. 1. – Pp. 33–47.
- 84. Simonich J.C., Bradshaw P. Effect of free-stream turbulence on heat transfer through a turbulent boundary layer // ASME J. Heat Transfer. - 1978. --Vol. 2, no. 4. -- Pp. 671-677.
- 85. *Пядишюс А., Шланчяускас А.* Турбулентный перенос в пристенных течениях. — Вильнюс: Мокслас, 1987.
- 86. Адомайтис И.-Э.И., Чесна Б.А., Вилемас Ю.В. Экспериментальное исследование теплоотдачи и трения цилиндра, продольно обтекаемого турбулизированным потоком воздуха с переменными физическими свойствами // Тр. АН Лит. ССР. — Т. 1 (122) из Б. — 1981. — С. 51–69.
- 87. Михайлова Н.П., Репик Е.У., Соседко Ю.П. Исследование теплообмена и аналогии Рейнольдса в турбулентном пограничном слое при высоком уровне турбулентности набегающего потока // Изв. РАН. МЖГ. — 2000. — № 2. — С. 61–71.
- 88. Heat transfer and skin-friction in a turbulent boundary layer under a non-equilibrium longitudinal adverse pressure gradient / N.A. Kiselev, A.I. Leontiev, Yu.A. Vinogradov et al. // International Journal of Heat and Fluid Flow. — 2021. — Vol. 89. — P. 108801.

- Shapiro A. H., Howthorne W. R. The Mechanics and Thermodynamics of Steady, One-Dimensional Gas Flow // J. App. Mech. - 1947. - Vol. 69. -P. 317.
- 90. Shapiro A. H., Wadleigh K. R. Final Summary Report of Aerothermopressor Project: Tech. Rep. 2-6985. Cambridge, Massachussets: Massachusettes Institute of Technology, 1956. September.
- 91. Wadleigh K. R. An experimental investigation of a small-scale aerothermopressor — a device for increasing the stagnation pressure of high-temperature, high-velocity gas stream by evaporative cooling: submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of science / Massachusettes Institute of Technology. — 1953. — June.
- 92. Fowle A. A. An experimental investigation of an aerothermopressor having a gas flow capacity of 25 pounds per second: submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy / Massachusettes Institute of Technology. - 1955. - June.
- 93. Erickson A. J. A theoretical and experimental investigation of the aerothermopressor process: submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of science / Massachusettes Institute of Technology. — 1956. — June.
- 94. MacKay R. T. Experimental investigation of a 2 1/8 in diameter constant-area aerothermopressor with supersonic inlet: submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science in mechanical engineering / Massachusettes Institute of Technology. — 1955. — June.
- 95. Smith I. K. Investigation of increase of total pressure of a hot gas stream by the injection of water: A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy, in the Faculty of Engineering, University of London / Imperial College London. 1961.
- 96. Smith I. K. The Supersonic Aerothermopressor // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. - 1969. - Vol. 184, no. 1. - Pp. 121-132.

- 97. Ерофеев В. Л. Повышение мощности и экономичности газосиловой установки речного судна путем использования термогазодинамического эффекта: дис. ... канд тех. наук : 05.00.00. — Ленинград, 1970. — 151 с.
- 98. Степанов И.Р., Чудинов В.И. Некоторые задачи движения газа и жидкости в каналах и трубопроводах энергоустановок. — Л.: Наука, 1977. — 200 с.
- 99. Степанов И.Р., Чудинов В.И. Термопрессор: а.с. №472209 СССР. 1975.
 Бюлл. № 20. 77 с.
- 100. Хазов Д. Е. К вопросу об эффекте повышения полного давления // Огнеупоры и техническая керамика. — 2006. — № 11. — С. 39–43.
- 101. Wilke C. R. A Viscosity Equation for Gas Mixtures // The Journal of Chemical Physics. - 1950. - Vol. 18, no. 4. - Pp. 517-519.
- 102. Mason E. A., Saxena S. C. Approximate Formula for the Thermal Conductivity of Gas Mixtures // The Physics of Fluids. - 1958. - Vol. 1, no. 5. -Pp. 361-369.
- 103. Пажи Д. Г., Галустов В. С. Основы техники распыливания жидкостей.
 М.: Химия, 1984. 256 с.
- 104. Машиностроение. Энциклопедия. Теоретическая механика. Термодинамика. Теплообмен / Под ред. К. В. Фролова. — М.: Машиностроение, 2003. — Т. I-2. — 600 с.
- 105. Nukiyama S., Tanasawa Y. Experiments on the Atomization of Liquids in an Airstream // Trans. Soc. Mech. Eng. Jpn. - 1939. - Vol. 5. - Pp. 68-75.
- 106. Hrubecky Henry F. Experiments in Liquid Atomization by Air Streams // Journal of Applied Physics. - 1958. - Vol. 29, no. 3. - Pp. 572-578.
- 107. Bitron M. D. Atomization of Liquids by Supersonic Air Jets // Industrial & Engineering Chemistry. 1955. Vol. 47, no. 1. Pp. 23-28.
- 108. New Method for Solving One-Dimensional Transonic Reacting Flows of a Scramjet Combustor / Ruifeng Cao, Tao Cui, Daren Yu et al. // Journal of Propulsion and Power. - 2016. - Vol. 32, no. 6. - Pp. 1403-1412.

- 109. Khazov Dmitry. Nonmachine energy separation in channel with permeable walls // Journal of Physics: Conference Series. - 2018. - Vol. 1129, no. 1. -P. 012018.
- 110. Energy separation in a channel with permeable wall / D.E. Khazov, A.I. Leontiev, A.G. Zditovets et al. // Energy. - 2022. - Vol. 239. - P. 122427.
- 111. Леонтьев А. И., Волчков Э. П., Лебедев В. П. Тепловая защита стенок плазмотронов. Низкотемпературная плазма. — Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 1995. — Т. 15. — 335 с.
- 112. Leontiev A. I., Lushchik V. G., Makarova M. S. The temperature recovery factor in a boundary layer on a permeable plate // High Temperature. 2017. Mar. Vol. 55, no. 2. Pp. 246-252.
- 113. Виноградов Ю. А., Ермолаев И. К., Леонтьев А. И. Теплообмен в турбулентном слое сжимаемого газа на проницаемой поверхности при чередующемся вдуве-отсосе // Теплофизика высоких температур. — 1999. — Т. 37, № 2. — С. 340–343.
- 114. Коэффициенты восстановления на проницаемой поверхности и в области газовой завесы в сверхзвуковом турбулентном пограничном слое / Ю. В. Барышев, Ю. А. Виноградов, А. И. Леонтьев, В. И. Рождественский // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 1972. № 2. С. 131–131.
- 115. Bellettre J., Bataille F., Lallemand A. A new approach for the study of turbulent boundary layers with blowing // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 1999. - Vol. 42, no. 15. - Pp. 2905 - 2920.
- 116. Mathelin L., Bataille F., Lallemand A. Blowing models for cooling surfaces // International Journal of Thermal Sciences. — 2001. — Vol. 40, no. 11. — Pp. 969–980.
- 117. Blowing Effects on Heat and Mass Transfer for Different Geometrical Configurations / F. Bataille, L. Mathelin, J. Bellettre, A. Lallemand // Proceedings of Symposium on Advanced Flow Management. Part B - Heat Transfer and Cooling in Propulsion and Power Systems. — 2003.

- 118. Thermal Behavior of Porous Plates Subjected to Air Blowing / J. Bellettre,
 F. Bataille, J.-C. Rodet, A. Lallemand // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. - 2000. - Vol. 14, no. 4. - Pp. 523-532.
- 119. Mathelin L., Bataille F., Lallemand L. Near wake of a circular cylinder submitted to blowing – I: Boundary layers evolution // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2001. — Vol. 44, no. 19. — Pp. 3701 – 3708.
- 120. Heat, Mass, and Momentum Transfer for Flow over a Flat Plate with Blowing or Suction: Tech. Rep. NACA-TN-3208 / H. S. Mickley, R. C. Ross, A. L. Squyers, W. E. Stewart. — Washington, DC, United States: National Advisory Committee for Aeronautics, 1954. — July.
- 121. Squire L. C. Further experimental investigations of compressible turbulent boundary layers with air injection. London: HM Stationery Office, 1970.
- 122. Aggarwal J.K., Hollingsworth M.A., Mayhew Y.R. Experimental friction factors for turbulent flow with suction in a porous tube // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 1972. - Vol. 15, no. 9. - Pp. 1585 - 1602.
- 123. Soave Giorgio. Equilibrium constants from a modified Redlich-Kwong equation of state // Chemical Engineering Science. — 1972. — Vol. 27, no. 6. — Pp. 1197–1203.
- 124. Zucrow M.J., Hoffman J.D. Gas Dynamics, Multi-Dimensional Flow. Gas Dynamics. — Wiley, 1977.
- 125. Dutton R. A. The effects of distributed suction on the development of turbulent boundary layers: Tech. Rep. 3155. — London: Cambridge: Engineering Laboratory, 1958.
- 126. Ерошенко В.М., Зайчик Л.И. Гидродинамика и тепломассообмен на проницаемых поверхностях. — М.: Наука, 1984. — 274 с.
- 127. Effect of Distributed Suction on the Development of Disturbances on the Wing Profile / G. R. Grek, M. M. Katasonov, V. V. Kozlov, V. I. Kornilov // Doklady Physics. - 2020. - Apr. - Vol. 65, no. 4. - Pp. 157-160.

- 128. Ferro Marco, Fallenius Bengt E.G., Fransson Jens H.M. Experimental study on turbulent asymptotic suction boundary layers // Journal of Fluid Mechanics. - 2021. - Vol. 915. - P. A80.
- 129. Effect of uniform blowing/suction in a turbulent boundary layer at moderate Reynolds number / Yukinori Kametani, Koji Fukagata, Ramis Örlü, Philipp Schlatter // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2015. Vol. 55. Pp. 132–142. Special Issue devoted to the 10th Int. Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements (ETMM10) held in Marbella, Spain on September 17-19, 2014.
- 130. Gordon S., McBride B. J. Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications. Part 1: Analysis: Tech. Rep. RP-1311. — Lewis Research Center, Cleveland, Ohio 44135-3191: NASA, 1994. — October.

Приложение А

Сопоставление расчётных и экспериментальных данных для устройства газодинамического энергоразделения

Ниже приведены сопоставления расчётных и экспериментальных данных при различных начальных параметрах для течения в сверхзвуковом канале устройства газодинамического энергоразделения.











Приложение Б

Изменение основных параметров по длине аэротермопрессора

Ниже приведены изменения основных параметров (давления торможения, числа Маха, температуры, скорости и доли испарившейся жидкости) по длине аэротермопрессора при различных параметрах.



Рисунок Б.1 — Изменение основных параметров по длине АТП при $d_h = 500$ мм; $M_0 = 1.6$; $P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °C; $\Omega_0 = 0.3$; $\delta_0 = 5$ мкм



Рисунок Б.2 — Изменение основных параметров по длине АТП при $d_h = 500$ мм; $P_0^* = 2.0$ атм; $T_0^* = 727$ °C; $u_{p0}/u_0 = 1; \delta_0 = 5$ мкм

Приложение В

Теплофизические и транспортные свойства смесей инертных газов

Теплофизические и транспортные свойства смесей газов рассчитывались по методике приведённой в [130]. На рис. В.1 показано изменение молекулярного числа Прандтля для различных смесей инертных газов в зависимости от молярной доли ксенона.



Рисунок В.1 — Зависимость молекулярного числа Прандтля от молярной доли ксенона для различных смесей

В табл. 10 приведено соответствие между молярной долей ксенона и минимальным числом Прандтля для трёх рассмотренных смесей.

Таблица 10 — Значения молярной доли ксенона соответствующей минимальному числу Прандтля

смесь	μ_{Xe}	Pr
Ar-Xe	0.57	0.57
He-Xe	0.65	0.22
H_2 -Xe	0.61	0.18